

Zusammenfassung

Hydraulische Bindemittel setzen bei ihrer chemischen Reaktion mit Wasser, die Hydratation, Wärme frei. Infolge des dadurch ausgelösten Wärmetransports stellen sich in Bauteilen instationäre Temperaturfelder ein. Im jungen Beton, der seine Festigkeit ausbildet, entstehen Eigenspannungen, die Ursache für Oberflächenrisse sein können. Für die Modellierung der Hydratationswärmeentwicklung wird in der Arbeit ein innovativer Vorschlag unterbreitet, mit dem Einflüsse aus der Betonzusammensetzung auf die Wärmeentwicklung erfasst werden können. Die Gestalt der Temperaturfelder hängt ab von atmosphärischen Umweltbedingungen und der Nachbehandlung des Betons. Mit einem eigens programmierten Rechenmodell auf der Basis der Finiten Elemente werden die Randbedingungen der Wärmeberechnung aufgabenspezifisch berücksichtigt. In einer Parameterstudie sind die Bedeutung von Betonzusammensetzung, Frischbetontemperatur, Schalungskonstruktion und klimatischen Umgebungsbedingungen für die Ausbildung der Temperaturfelder dargestellt. Für die Oberflächenbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge der Eigenspannungen wird ein Bemessungsansatz formuliert.

Summary

The reaction of water-activated bonding materials with water releases the heat of hydration. The resultant heat flow gives rise to moving temperature gradients within building components. In new concrete, as it hardens, internal stresses arise that can lead to surface cracks. To model the development of the heat of hydration, this work makes an innovative proposal, allowing the influence of the composition of the concrete on the heat development to be taken into account. The form of the temperature gradients depends on ambient conditions and the subsequent treatment of the concrete. Using a specially programmed calculation model on the basis of finite elements, the specific boundary conditions of the heat estimation for the task in hand are taken into account. In a parameter study, the significances of concrete composition, fresh concrete temperature, shuttering construction and ambient climatic conditions in the formation of the temperature gradients are demonstrated. A measurement rule is formulated for the surface armouring to limit the crack width resulting from the internal stresses.

Résumé

Les liants hydrauliques libèrent de la chaleur lorsqu'ils entrent en réaction chimique avec l'eau pendant l'hydratation. En raison du transport de chaleur qui est alors occasionné, des champs thermiques instationnaires se créent dans les éléments de construction. Des contraintes internes sont générées dans le jeune béton qui est en train de durcir et peuvent être à l'origine de gerçures. Ce travail présente une proposition innovante devant permettre de modéliser le dégagement de chaleur d'hydratation en enregistrant les influences de la composition du béton sur le dégagement de chaleur. La forme des champs thermiques est fonction des conditions atmosphériques et de la cure du béton. Avec un modèle de calcul spécialement programmé sur la base des éléments finis, les conditions cadre du calcul de la chaleur sont prises en compte en fonction des tâches. L'importance de la composition du béton, de la température du béton frais, de la construction du coffrage et des conditions climatiques pour la formation des champs thermiques est représentée dans une étude de paramètres. Une formule est définie comme base de calcul pour l'armature de surface servant à réduire la largeur des fissures causées par les contraintes internes.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Massivbau der Technischen Universität München zwischen Oktober 1996 und April 2000.

Das vom Deutschen Betonverein geförderte Forschungsvorhaben „Hochfester Beton im Brückenbau“ war das Initial für das Thema meiner Arbeit. Es diente als technische Grundlage für das von der Autobahndirektion Südbayern 1998 durchgeführte Pilotprojekt zur Anwendung von Hochleistungsbeton im Brückenbau in der Nähe von Buchloe. Die Frage der Wärmeentwicklung und die Ausbildung von Temperaturfelder in Bauteilen konnte bei dem Pilotprojekt mit der Unterstützung der Bundesanstalt für Straßenwesen durch Messungen untersucht werden. Damit waren experimentelle Grundlagen geschaffen, auf denen ich aufbauend meine numerischen Untersuchungen anschließen konnte.

Mein besondere Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Konrad Zilch für das Interesse an meiner Arbeit, die Diskussionen und die Übernahme des Hauptreferats. Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Grübel danke ich für seine Anregungen und die Funktion des Zweitprüfers. Herrn Prof. Dr.-Ing. Th. Strobl sage ich Dank für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Den Kollegen am Lehrstuhl für Massivbau danke ich für die hilfreiche Unterstützung bei meiner Arbeit. Mein ganz besonderer Dank gilt meiner lieben Frau Petra für die sorgfältige Durchsicht meines Manuskripts und ihre moralische Unterstützung in den bewegten Zeiten der Arbeit.

München, im August 2001

Markus Hennecke

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Th. Strobl
 Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Zilch
 2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. P. Grübl,
 Technische Universität Darmstadt

Die Dissertation wurde am 18. April 2000 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 09. Juli 2001 angenommen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Allgemeines	1
1.1.1	Spannungsaufbau im jungen Beton	3
1.1.2	Stand der Technik	7
1.2	Eigene Zielsetzung	9
1.3	Methoden	9
2	Messungen beim Pilotprojekt	11
2.1	Einleitung und Objektbeschreibung	11
2.2	Messeinrichtung	13
2.3	Messergebnisse vom Pfeiler	15
2.4	Überbau	18
3	Materialeigenschaften	21
3.1	Einleitung	21
3.1.1	Technologie und mechanische Eigenschaften des Hochleistungsbetons	21
3.1.2	Materialeigenschaften	22
3.1.3	Mehraxiale Festigkeiten	25
3.2	Entwicklung der mechanischen Eigenschaften	26
3.2.1	Hydratationsgrad	26
3.3	Mathematische Ansätze zur Festigkeitsentwicklung	27
3.3.1	Zugbruchdehnung	31
3.4	Viskoelastisches Materialverhalten	33
3.4.1	Kriechen und Relaxation	33
3.4.2	Schwinden	34
3.4.3	Mathematische Beschreibung des viskoelastischen Verformungsverhaltens	35
3.5	Thermische Werkstoffeigenschaften	42

3.6	Wärmeleitfähigkeit	42
3.7	Wärmekapazität	44
3.8	Wärmedehnzahl	45
4	Berechnung der Temperaturfelder	47
4.1	Temperatur, Wärme und Wärmetransport	47
4.1.1	Wärmeleitung	48
4.1.2	Konvektion oder Wärmeströmung	48
4.1.3	Wärmestrahlung	49
4.2	Mathematische Modellierung	49
4.2.1	Umsetzung des eigenen Lösungsverfahrens	51
4.2.2	Modellierung	52
4.2.3	Programmablauf	53
4.2.4	Eingangsparameter	55
4.2.5	Bestimmung der Randbedingungen	55
4.3	Wärmeentwicklung im Bauteilinneren	56
4.3.1	Allgemeines	56
4.3.2	Betontechnologische Grundlagen	57
4.3.3	Modellierung der Hydratation mit der Methode der finiten Elemente	63
4.4	Wärmeübergang an den Bauteiloberflächen	74
4.4.1	Vorbemerkungen	74
4.4.2	Wärmeübertragung durch Konvektion	76
4.4.3	Erzwungene Konvektion	77
4.4.4	Wärmeübertragung durch Strahlung	78
4.4.5	Meteorologische Daten	88
4.5	Nachrechnung des Pfeilers	89
5	Berechnung der Verschiebungsfelder	91
5.1	Einleitung	91
5.2	Stäbchenverfahren	91
5.3	Finite-Element-Methode	93
5.3.1	JACOBI-Matrix	97
5.3.2	Differentialoperatoren	99
5.3.3	Spannungs-Verzerrungsmatrix	99
5.4	Vergleichsrechnungen	100

6	Rechnerische Untersuchungen und Auswertungen	105
6.1	Einleitung	105
6.2	Mechanik der Rissbildung	105
6.3	Temperaturbelastung	111
7	Zusammenfassung	119

Bildverzeichnis

1.1	Exemplarischer Verlauf der Temperaturen und der Spannungen im Reißrahmen	4
1.2	Zeitlicher Verlauf der Temperatur und die Entwicklung des E-Moduls	4
1.3	Einfluss des Verhältnisses $t_{T_{max}}/t_{0,9E_{max}}$ auf T_{N2}	5
1.4	Konzept zur Ermittlung der Oberflächenbewehrung	7
2.1	Längsschnitt durch den Überbau	11
2.2	Querschnitt des Überbaus	12
2.3	Ansicht des Pfeilers	12
2.4	Querschnitt des Pfeilers	13
2.5	Seitenschalung	16
2.6	Stirnschalung	16
2.7	Messanordnung im Pfeiler	16
2.8	Temperaturverlauf ausgewählter Messpunkte im Pfeiler (obere Messebene)	16
2.9	Temperaturverlauf ausgewählter Messpunkte im Pfeiler (untere Messebene)	17
2.10	Temperatur- und Verzerrungsverlauf der Dehnstäbe im Pfeiler	17
2.11	Messanordnung im Überbau	18
2.12	Temperaturverlauf in der Symmetrieachse	19
2.13	Vergleich der Temperaturen in der Platte und dem Kragarm	19
3.1	Zeitliche Entwicklung der Würfeldruckfestigkeit	29
3.2	Temperaturverlauf im Prüfkörper während der Erhärtung	30
3.3	Zeitliche Entwicklung des Sekantenmoduls	30
3.4	Verifikationsstudie zur mathematischen Beschreibung der prozessabhängigen Entwicklung der mechanischen Kennwerte	31
3.5	Zugbruchdehnungen	32
3.6	Kriechzahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 1$ d	39
3.7	Kriechzahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 7$ d	39
3.8	Relaxationszahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 1$ d	40

3.9	Relaxationszahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 2$ d	41
3.10	Temperaturkurve und zeitlicher Verlauf für das rechnerische Experiment „Reißrahmen“	41
3.11	Spannungsverläufe für das rechnerische Experiment „Reißrahmen“	42
3.12	Temperaturkurven und zeitliche Entwicklung für das rechnerische Experiment „Eigenspannungen“	43
3.13	Randspannungsverlauf beim rechnerischen Experiment „Eigenspannungen“	43
4.1	Isoparametrisches 4–Knoten–Element	52
4.2	Programmschema für die Berechnung der Temperaturfelder	54
4.3	Modellstruktur	65
4.4	Penetrationsmodell	65
4.5	System und Verlauf der Querschnittsfläche des Kugelmodells	67
4.6	Hydratationsverlauf für unterschiedliche Durchmesser	68
4.7	Nachrechnung isotherme Kalorimetrie für CEM I 32,5	72
4.8	Nachrechnung isotherme Kalorimetrie für CEM I 42,5	72
4.9	Nachrechnung adiabatischer Versuch für Beton 1	73
4.10	Nachrechnung adiabatischer Versuch für Beton 2	74
4.11	Berechnungen mit Variationen des Zement- und Wassergehaltes	75
4.12	Berechnungen mit Variationen der Frischbetontemperatur	75
4.13	Strahlungsanteile	79
4.14	Strahlungsanteile auf verschieden orientierten Flächen	80
4.15	Geometrische Beziehungen zur Bestimmung des Strahlenflusses	83
4.16	Bezogene Summenlinie der Reflexionsstrahlung	84
4.17	Prinzip der Abschattung der terrestrischen Umgebung durch das Bauteil	85
4.18	Rezeptionsfaktoren für die diffuse Strahlung der terrestrischen Umgebung des Pfeilers	85
4.19	Ermittlung der Abschattung der terrestrischen Umgebung durch Körperkanten	86
4.20	Berechnung der Strahlungsanteile aus der Globalstrahlung	89
4.21	Vergleich Messung und Rechnung für den Pfeilerkern	90
4.22	Vergleich Messung und Rechnung für den Pfeilerrand	90
5.1	Stäbchenmodell eines Querschnitts	92
5.2	Modellierung eines Querschnitts mit räumlichen Elementen zur Spannungsbe- rechnung	96
5.3	Angepasstes finites Element	97

5.4	Einfluss des Schubmoduls auf die Normalspannungen	100
5.5	Vergleich zwischen einer Berechnung mit finiten Elementen und dem Stäbchenverfahren	101
5.6	Vergleich zwischen der Berechnung mit räumlichen und angepassten Elementen (Tangentialspannungen)	102
5.7	Vergleich zwischen der Berechnung mit räumlichen und angepassten Elementen (Radialspannungen)	102
5.8	Vergleich zwischen der Berechnung mit räumlichen und angepassten Elementen (Normalspannungen)	103
6.1	Isolinien der Spannungen σ_{xx} in einer Scheibe infolge eingprägter Verzerrung .	106
6.2	Isolinien der Spannungen σ_{xx} in einer Scheibe mit Einriss infolge eingprägter Verzerrung	106
6.3	Studie zur Beeinflussung der Spannungen σ_{xx} infolge verschieden tiefer Einrisse	107
6.4	Untersuchung zu Rissweiten infolge Eigenspannungen	109
6.5	Berechnung PF 01	112
6.6	Berechnung PF 02	113
6.7	Berechnung PF 03	113
6.8	Berechnung PF 04	114
6.9	Berechnung PF 05	114
6.10	Berechnung PF 06	115
6.11	Berechnung PF 07	115
6.12	Berechnung PF 08	116
6.13	Berechnung PF 09	116
6.14	Berechnung des Überbaus über ein Jahr	117

Tabellenverzeichnis

2.1	Betonmischungen	13
2.2	Liste der Messungen	14
3.1	Wärmeleitahlen für unterschiedliche Zuschläge	44
4.1	Analogie zwischen Wärmeberechnung und Spannungsberechnung	50
4.2	Hauptklinkerphasen im Portlandzement	58
4.3	Berechnungsparameter für das Hydratationsmodell	64
4.4	Hydratationswärme deutscher Zemente	71
4.5	Berechnungsparameter für Versuchsnachrechnung	73
6.1	Völligkeitsbeiwerte zur Spannungsentwicklung für verschiedene Risstiefen	107
6.2	Berechnungsparameter für den Pfeiler	111
6.3	Betonmischungen	112
6.4	Schalung	112

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Allgemeines

Innovationen sind eine wesentliche Voraussetzung für das Bestehen eingeführter Technologien im Wettbewerb. Hierzu müssen unterschiedliche Belange, wie zum Beispiel die Wirtschaftlichkeit, die Wertbeständigkeit aber auch die gesellschaftliche Akzeptanz, angemessen berücksichtigt werden.

Eine herausragende Entwicklung im Betonbau seit Mitte der 80er Jahre ist die Schaffung von Betonen mit hohen Festigkeiten, die unter Baustellenbedingungen erfolgreich verarbeitet werden können. Die betontechnologischen Merkmale dieser Betone sind der relativ hohe Zementanteil, die Reduzierung des Wassergehaltes unterhalb des Wertes, der für eine vollständige Hydratation des Zements notwendig ist, die Zugabe von Mikrosilica und einem hochwirksamen Fließmittel [39, 51, 85]. Bei der Bewertung dieses Fortschritts ist zu bedenken, dass in der Geschichte des industriellen Betonbaus die realisierbaren Festigkeiten zwar stetig gestiegen sind, aber sich zu keinem früheren Zeitpunkt verdoppelt haben. Diese Entwicklung manifestiert sich in der E-DIN 1045-1 [27] durch die neue Anzahl der genormten Festigkeitsklassen.

Die primäre Motivation für diese Innovation war die Steigerung der Druckfestigkeit, mit der die Wettbewerbsposition des Betonbaus gegenüber dem Stahlbau insbesondere bei Hochhausbauprojekten verbessert wurde [51]. Durch die Verwendung für hochbelastete Stützen und Wände können entweder Abmessungen oder der Bewehrungsgehalt effektiv reduziert werden [48]. Aufgrund dieser Erfahrungen prägte sich der Begriff *Hochfester Beton*. Im Betonbau werden traditionell Betone, deren Festigkeit am oberen Rand oder oberhalb des bisher genormten Bereichs liegen, als *hochfest* bezeichnet.

Durch die Veränderungen in der Betonstruktur, die die Steigerung der Druckfestigkeit bewirken, werden auch andere Eigenschaften des Baustoffes verbessert. Ein bedeutendes Merkmal ist der größere Widerstand gegen Umwelteinflüsse, der auf das dichtere Gefüge des Betons zurückgeführt werden kann. In Skandinavien wurde daher der Beton schon frühzeitig für Infrastrukturprojekte in maritimer Umgebung und für Offshore Bauwerke mit dem Ziel eingesetzt, die Lebensdauer der Bauwerke zu verlängern [4, 13]. Auch bei Umweltschutzbauwerken wurde der Baustoff wegen seiner Dichtigkeit verwendet [8]. Aber auch für Brückenbauwerke finden sich Anwendungen weltweit. Motivation hierfür ist unter anderem die verbesserte Dauerhaftigkeit im Hinblick auf die Reduzierung der Kosten für die Brückenunterhaltung [104]. In Deutschland

sind bisher zwei Straßenbrücken ausgeführt worden [6, 106]. Aufgrund dieser Anwendungen, bei denen die gestiegene Druckfestigkeit von untergeordneter Bedeutung ist, etablierte sich für den Baustoff auch der heute gebräuchlichere Begriff *Hochleistungsbeton*. Ein positiver Aspekt dieser Bezeichnung ist, dass das breite Spektrum der Materialeigenschaften betont wird [13]. Durch zukünftige Entwicklungen der Betontechnologie dürften jedoch beide Begriffe gegenüber der einfachen Benennung der Festigkeitsklasse an Bedeutung verlieren.

Da für den Hochleistungsbeton abgesehen vom Mikrosilica die gleichen Ausgangsstoffe gewählt werden wie bei den heute üblichen Festigkeitsklassen, ist es zu erwarten, dass die festigkeitsbildende Zementreaktion im Prinzip mit den gleichen Mechanismen verläuft wie bei den vertrauten Betonen. Ein entscheidender Unterschied ist jedoch, dass der Wassergehalt unterhalb der Grenze liegt, die für eine vollständige Hydratation des Zements notwendig ist. Hierdurch ergeben sich zum Teil gravierende Veränderungen sowohl bei der praktischen Umsetzung der Technologie – Herstellung, Einbau und Nachbehandlung – als auch bei den theoretischen Herleitungen zur Materialbeschreibung des jungen Betons. Zahlreiche mathematische Modelle zur Bestimmung der Temperaturentwicklung gehen davon aus, dass genügend Wasser in der Mischung zur Verfügung steht [11, 55].

Auch aus konstruktiver Sicht bietet der Hochleistungsbeton neue Aufgaben. Für die sichere und wirtschaftliche Bemessung von Tragwerken sind die Materialmodelle des Betons, die Sicherheitsbeiwerte oder auch die Mindestbewehrungskonzepte zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen [14, 103]. Dabei ist zu beachten, dass der Hochleistungsbeton sich nicht völlig andersartig verhält als die vertrauten Festigkeitsklassen, sondern dass für die bisherigen Festigkeitsklassen zur durchgängigen Behandlung Vereinfachungen getroffen worden sind, die die erweiterten Festigkeitsklassen nicht mehr befriedigend behandeln. Ein Beispiel hierfür ist das Parabel–Rechteck–Diagramm, das für sehr konkrete Randbedingungen abgeleitet wurde [34]. Aber auch Mindestbewehrungskonzepte, die als Bemessungsgröße den Widerstand des betrachteten Bauteils annehmen, bedürfen einer kritischen Begutachtung. Zwar steigt der bestimmende Materialparameter, die Zugfestigkeit, mit der Festigkeitsklasse nur noch unterproportional an, aber trotzdem kann die Bewehrungsmenge unakzeptable Größenordnungen erreichen oder bestehende Ansätze sind nicht ausreichend.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Gefahr der Rissbildung im jungen Beton mit besonderem Fokus auf oberflächennahe Risse. Diese gelten im Allgemeinen zwar als unbedenklich [71, 90], trotzdem finden sich technische Regelungen, die hierfür eine Bewehrung fordern [27, 25, 108]. Für den Hochleistungsbeton sind diese Regelungen zu verifizieren.

Ein weiterer Aspekt für das Interesse an dieser Thematik sind Erfahrungen, die beim Projekt „Buchloe“, eine Pilotanwendung des Hochleistungsbetons für ein Brückenbauwerk des Bundesfernstraßennetzes, gemacht werden konnten [106]. Am Pfeiler aus Hochleistungsbeton zeigten sich auf den schmalen Seitenflächen wenige Tage nach dem Ausschalen netzartige Verfärbungen, die auf Risse hindeuteten. Mit üblichen Methoden zur Risserkennung am Bauwerk konnten jedoch keine Risse festgestellt werden. Erst mit einem starken Lichtmikroskop konnten an entnommenen Proben im Labor sehr feine Risse entdeckt werden. Weiterführende Untersuchungen unter dem Rasterelektronenmikroskop ergaben Rissweiten von etwa $10\mu\text{m}$. Zwei Beobachtungen sind herauszuheben:

1. Die Risse kreuzten Zuschlagskörner, so dass angenommen werden kann, dass die Zugfestigkeit des Betons schon sehr weit ausgebildet war.

2. In den Rissen waren keine chemischen Verbindungen, die von den üblichen Hydratationsprodukten abweichen, vorhanden.

Die Untersuchungsergebnisse lassen vermuten, dass die Temperaturbeanspruchung während des Abbindeprozesses für die Rissbildung von Bedeutung ist und keine Treiberscheinungen. Risse mit so geringen Rissbreiten stellen an sich keinen Mangel dar, aber die farbliche Veränderung, die eventuell mit einer Nachhydratation zu begründen ist, stört und kann die Akzeptanz des Materials gefährden. Die Konsequenz aus den Beobachtungen ist, bezüglich der Temperaturbelastung eine Strategie zu entwickeln, die darauf abzielt, keine kritischen Zugspannungen an der Oberfläche zuzulassen.

1.1.1 Spannungsaufbau im jungen Beton

Temperaturänderungen bewirken eine spannungslose Verformung des Betons. Bei einer Behinderung dieser Verformungen werden Kräfte aktiviert, die Verformungen gleichen Betrags jedoch mit entgegengesetzter Richtung verursachen. In der Literatur werden in Abhängigkeit der Verformungsbehinderung Zwangsspannungen und Eigenspannungen unterschieden [68, 71]. Zwangsspannungen werden durch die Lagerungsbedingung des Bauteils und Eigenspannungen durch eine über den Querschnitt veränderliche Temperaturverteilung verursacht. Beiden Spannungsarten werden unterschiedliche Rissbilder zugeordnet. Infolge der Zwangsspannungen entstehen den Querschnitt durchtrennende Spaltrisse und durch die Eigenspannungen oberflächennahe Risse [71]. Diese für idealisierte Querschnittsgeometrien abgeleitete Einteilung bedarf für Querschnitte des Brückenbaus einer kritischen Betrachtung, die an zwei Beispielen erläutert werden soll.

Bei einem Plattenquerschnitt mit großen Kragarmen wird eine freie Verformbarkeit des frisch betonierten Überbaus unterstellt. Nach obiger Definition sind für diesen Querschnitt nur Eigenspannungen zu erwarten. Gleichwohl können in den Kragarmen Spaltrisse auftreten, da diese dünneren Bauteile geringere Temperaturen erfahren als die dicke Platte.

Kastenquerschnitte werden meistens in zwei Abschnitten hergestellt; Im ersten Schritt der offene Trogquerschnitt und darauf folgend die Fahrbahnplatte. Bei der Betrachtung des Gesamtquerschnitts ist eine sehr ungleichmäßige Temperaturbeanspruchung vorhanden. Die daraus resultierenden Kräfte können Spaltrisse in der Platte erzeugen. Alternativ könnte die Platte als eigenes Bauteil betrachtet werden. Damit wäre die obige Definition wieder schlüssig. Damit würde jedoch eine Krümmung des Querschnitts, die bei einer statisch unbestimmten Lagerung zu zusätzlichen Rissen führt, nicht erfassbar. Damit wird deutlich, dass die Einteilung in Zwangs- und Eigenspannung insbesondere bei gegliederten Querschnitten nicht eindeutig ist.

Zum Studium der Entwicklung der Spannungen im jungen Beton eignet sich der so genannte Reißrahmenversuch. Für diesen Versuch wird Beton in einen sehr steifen Stahlrahmen formschlüssig eingebaut, so dass thermisch bedingte Verformungen während der Erhärtung des Betons behindert werden [10]. Eine Erweiterung des Reißrahmens stellt die Temperaturspannungsprüfmaschine dar, bei der durch eine steuerbare Einspannung des Betons der Grad der Verformungsbehinderung variiert werden kann. Damit besteht auch die Möglichkeit, die Entwicklung des E -Moduls zu messen [42, 58, 84]. In Bild 1.1 ist schematisch der Spannungsverlauf im jungen Beton dargestellt, wie er sich bei den Versuchen zeigt. Im Gegensatz zu einem rein elastischen Material, bei dem die durch Temperaturerhöhung induzierten Spannungen bei einem

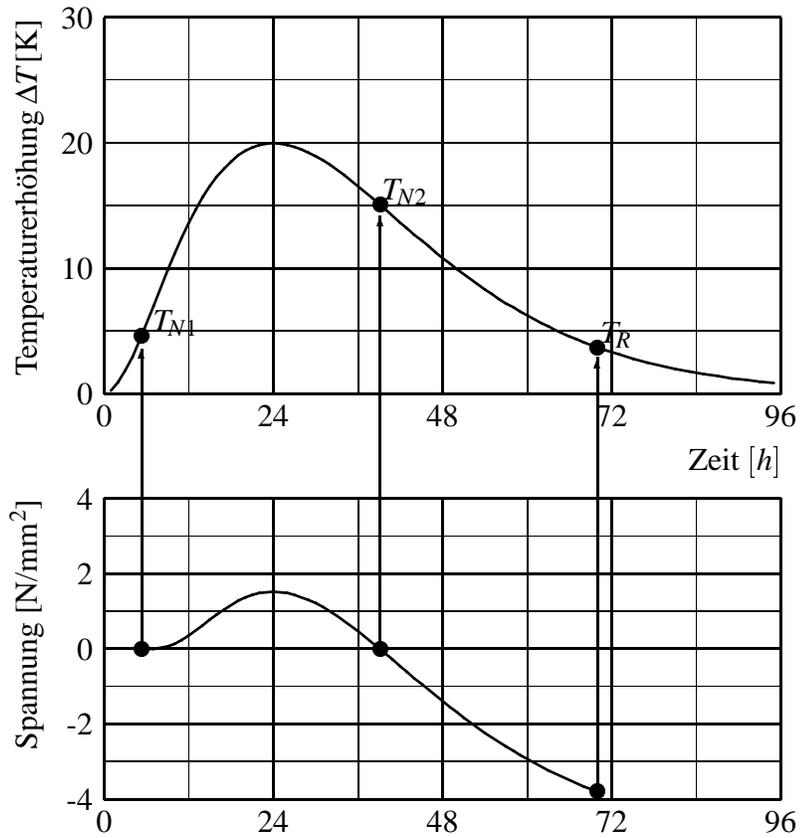


Bild 1.1: Exemplarischer Verlauf der Temperaturen und der Spannungen im Reißrahmen

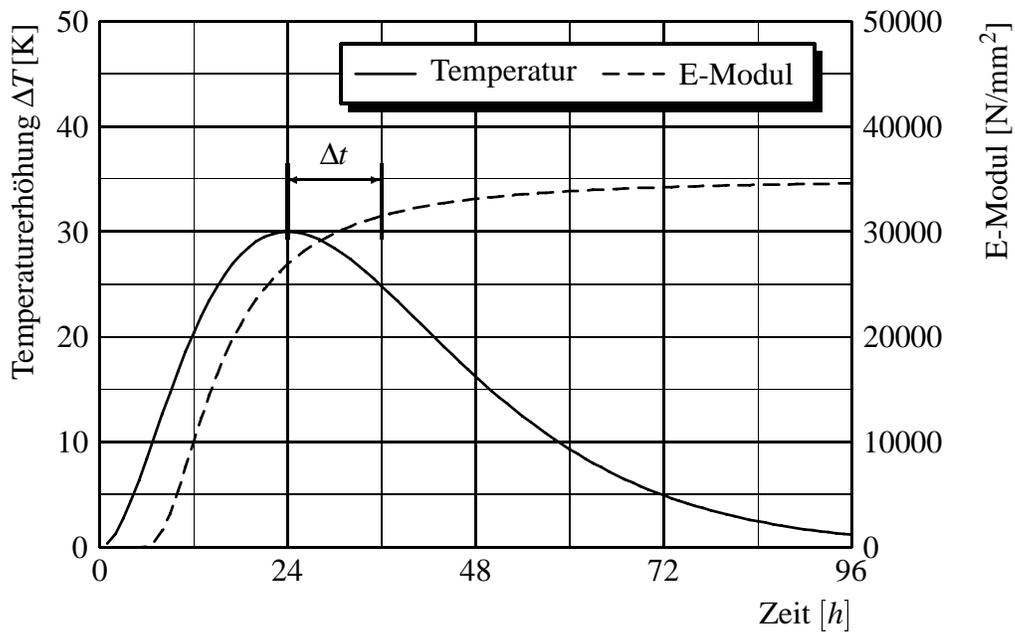


Bild 1.2: Zeitlicher Verlauf der Temperatur und die Entwicklung des E-Moduls

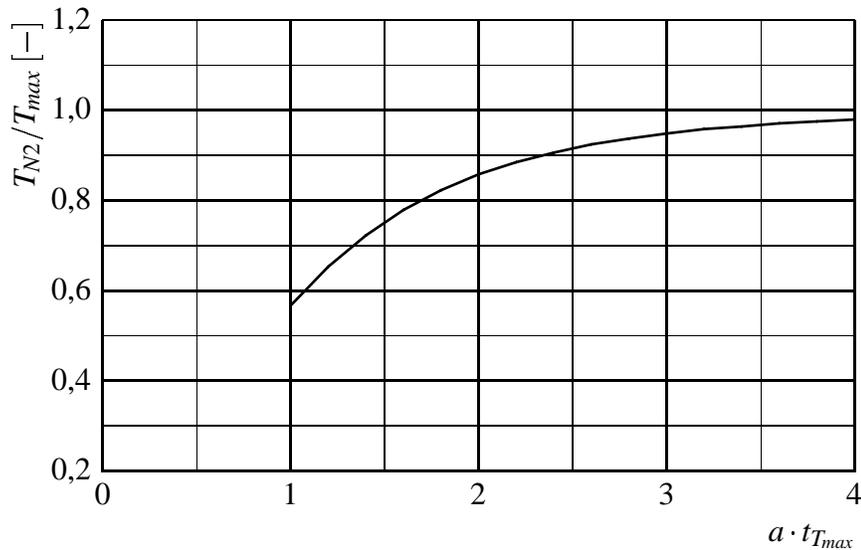


Bild 1.3: Einfluss des Verhältnisses $t_{T_{max}}/t_{0,9E_{max}}$ auf T_{N2}

Temperaturrückgang auf das Ausgangsniveau zurückgehen, verbleiben im Beton Zugspannungen. Das Materialverhalten wird als *hypoelastisch* bezeichnet [28, 61].

Wesentliche Ursache für dieses Verhalten sind die unterschiedlichen Steifigkeitsverhältnisse während der Erwärmung und der Abkühlung. Beim Einsetzen der Erwärmung verbleibt der Beton aufgrund seiner plastischen Deformierbarkeit zunächst spannungsfrei. Nach einer gewissen Zeit entwickelt sich die Steifigkeit und die thermischen Dehnungen werden durch elastische Stauchungen kompensiert, durch die Spannungen im Verhältnis zur aktuellen Steifigkeit induziert werden. Der Zeitpunkt des Beginns des Spannungsaufbaus wird als *erste Nullspannungstemperatur* T_{N1} bezeichnet. In der Abkühlphase müssen die thermischen Verkürzungen durch die elastischen Dehnungen ausgeglichen werden. Da die Steifigkeit nun größer ist als während der Erwärmung, sind die elastischen Stauchungen aufgebraucht, bevor die Temperatur den Ausgangszustand erreicht hat. Dieser zweite markante Punkt heißt *zweite Nullspannungstemperatur* T_{N2} . Zum weiteren Dehnungsausgleich müssen Zugspannungen aktiviert werden. Wenn die elastische Zugdehnung die Bruchdehnung überschreitet, entsteht ein Riss. Die zu diesem Vorfall korrespondierende Temperatur wird *Risstemperatur* T_R genannt [10]. Zusätzlich werden elastische Verzerrungen durch Relaxation vermindert, so dass der Spannungsausgleich zu einem früheren Zeitpunkt eintritt. Ein weiterer Aspekt ist, dass der Beton während der Hydratation durch *autogenes Schwinden* belastet wird [7].

Je geringer die zweite Nullspannungstemperatur ist, desto geringer ist die Rissneigung des Zements [10]. Der Versuch zeigt aber auch, dass spätestens bei einer Absenkung der Temperatur unterhalb der Frischbetontemperatur Risse auftreten. Dieser Zustand ist durch klimatische Einwirkungen nicht auszuschließen. Darüber hinaus können durch das Trocknungsschwinden Spannungen verursacht werden, die ebenfalls zu Rissen führen können. Damit soll angedeutet werden, dass zahlreiche weitere Faktoren über das Rissverhalten eines Bauteils entscheiden. Letztendlich besagt das Verhältnis von Risstemperatur zur Ausgangstemperatur nur, wie viel der begrenzten Bruchdehnung für weitere Verformungen zur Verfügung steht.

Eine rechnerische Studie, für die Modellannahmen zum Temperaturverlauf und der Steifigkeitsentwicklung getroffen werden (Bild 1.2), kann den qualitativen Einfluss dieser beiden Fak-

toren auf die zweite Nullspannungstemperatur aufzeigen. Entscheidend ist der zeitliche Verlauf der Temperatur- und Steifigkeitsentwicklung im Verhältnis zueinander. Je näher der Zeitpunkt der maximalen Temperatur und das Erreichen des Endwerts des E -Moduls beieinander liegen, desto niedriger ist T_{N2} . In Bild 1.3 ist das Verhältnis von T_{N2} zu T_{max} über das Verhältnis zwischen dem Zeitpunkt der maximalen Temperatur und dem Zeitpunkt, an dem 90% des Endwerts des E -Moduls erreicht sind, dargestellt. Bei einem Wert $a = 1$, der eine Gleichzeitigkeit beider definierter Zeitpunkte bedeutet, ist das Verhältnis unter den getroffenen Modellannahmen 0,58. Mit zunehmenden zeitlichen Abstand steigt dieser Wert rapide an. Die maximale Temperatur und der Endwert des E -Moduls haben einen geringeren Einfluss auf das Verhältnis. Selbstverständlich steigt der absolute Betrag der zweiten Nullspannungstemperatur mit der maximalen Temperatur an und die Risswahrscheinlichkeit wird größer.

Aus den Betrachtungen ist ersichtlich, dass jedes Bauteil, das verformungsbehindert ist, Zugspannungen behält. Zum Teil werden diese Spannungen relaxiert, jedoch nachfolgende Temperatureinwirkungen und Überlagerungen mit dem Trocknungsschwinden können dann doch zur Rissbildung führen. Nur wenn diese Einflüsse langfristig durch die Umweltbedingungen des Bauteils ausgeschlossen sind, kann eine Rissfreiheit erwartet werden.

Überschreiten die elastischen Dehnungen die Bruchdehnung bildet sich bekanntermaßen ein Riss und die Rissweiten können durch die Integration der elastischen Dehnungen über die nun spannungsfreien Bauteilhälften ermittelt werden. Da die Rissbreite begrenzt werden soll, wird eine Bewehrung eingebaut, die so steif sein muss, dass ein Teil der Spannungen im Bauteil erhalten bleibt. Über den Verbund werden die Kräfte in den Beton eingeleitet und es entstehen gegebenenfalls weitere Risse. Da das Schwinden und tiefere Temperaturen sich im Laufe der Zeit einstellen werden, muss die Bewehrung für die Risschnittgröße bemessen werden [107].

Die bisher erläuterten Zusammenhänge beziehen sich auf Bauteile, deren Verformung durch äußere Randbedingungen behindert werden. Die Verformungen beruhen im Wesentlichen auf Temperatureinwirkungen. Da aufgrund der Wärmekapazität des Materials ein Wärmeaustausch nur gedämpft stattfindet, stellen sich unterschiedliche Temperaturen und somit Dehnungen im Bauteil ein. Gesezt den Fall die einzelnen Fasern des Bauteils könnten sich frei verformen, würden die unterschiedlichen Temperaturen den Querschnitt verwölben. Da diese Verformbarkeit bei Baustoffen jedoch nicht gegeben ist, entstehen Spannungen im Bauteil, die als Eigenspannungen bezeichnet werden. Der Spannungen in der äußere Faser erhalten zunächst eine Zugspannung, die beim Abkühlen in eine Druckspannung übergeht. Damit zeigt sich im Prinzip ein gutmütiges Verhalten und es könnte zur Annahme verleiten, dass aufgrund der Vorspannung der äußeren Fasern keine Rissgefahr besteht. Die Druckspannungen werden jedoch zum Teil durch Relaxation oder unterschiedliches Schwinden über die Bauteildicke abgemindert. Darüber hinaus können durch atmosphärische Einwirkungen im Bauteil kritische Temperaturbeanspruchungen entstehen, insbesondere, wenn das Bauteil durch die Hydratationswärmentwicklung beim Temperatenausgleich sich noch auf einem hohen Niveau befindet.

Innerer und äußerer Zwang können sich überlagern. Wenn dickere Bauteile verformungsbehindert erstellt werden, sind beide Einflüsse vorhanden. Im Brückenbau gibt es jedoch Bauelemente, wie zum Beispiel ein hoher Pfeiler oder Fertigteile, für die eine freie Verformbarkeit angenommen werden darf. Da der kritische Zeitraum für das Bauteil sich einschränken lässt, sind andere Sicherheitsüberlegungen möglich.

1.1.2 Stand der Technik

Die Rissbildung im jungen Beton ist Gegenstand vieler Forschungsarbeiten weltweit. Einen Überblick über den Stand der Forschung findet sich in [91]. Zu der Gefahr der Rissbildung werden zum einen experimentelle Arbeiten zur Identifikation der betontechnologischen Einflüsse z.B. [10, 71, 84] und zum anderen analytische Untersuchungen zur Evaluierung der Rissgefahr in Tragwerken durchgeführt z.B [1, 28, 43, 68, 76].

Die heute in der Praxis angewandten Strategien zielen darauf ab, entweder durch betontechnologische oder konstruktive Maßnahmen Risse zu vermeiden, oder aber kontrollierte Risse als Konstruktionselemente zuzulassen. Die Rissvermeidungsstrategien operieren mit betontechnologischen Ansätzen [98], mit gezielten Nachbehandlungen zur Einprägung günstiger Eigenspannungszustände [58] oder konstruktiven Elementen, die eine ausreichende Verformbarkeit des Bauelementes gewährleisten.

Die Konstruktion kontrollierter Risse erfolgt im Betonbau durch die Anordnung einer entsprechenden Bewehrung [79]. Die Bemessung der Bewehrung erfolgt bei definierbaren Randbedingungen über die zu erwartende Risschnittgröße und bei undefinierten Spannungszuständen über eine Mindestbewehrung [69, 52].

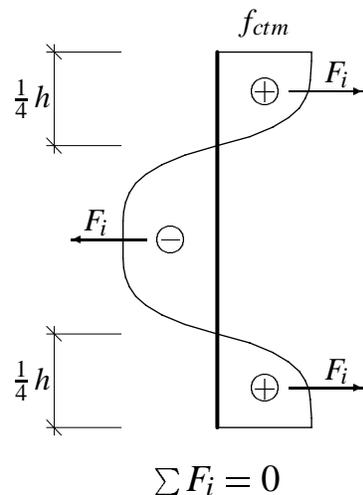


Bild 1.4: Konzept zur Ermittlung der Oberflächenbewehrung

$$A_s = \alpha \cdot \frac{h \cdot b \cdot f_{ctm}}{4 \cdot f_{yk}} \quad (1.1)$$

mit

α Völligkeitsbeiwert ($\alpha = 0,8$)

f_{ctm} mittlere Zugfestigkeit

f_{yk} Streckgrenze des Bewehrungsstahls

Zur Vermeidung großer Rissbreiten infolge der Eigenspannungen sind technische Regelungen zur Oberflächenbewehrung im Brückenbau derzeit durch die DIN 4227 Teil 1 [24], DIN 1075 [22] und ZTV-K 96 [108] getroffen. In der E-DIN 1045-1 [27] sind die Bestimmungen zur Oberflächenbewehrung in Analogie zur DIN 4227 Teil 1 festgelegt. Im Eurocode 2 [26] sind derartige Regelungen nicht vorhanden. Für den Brückenbau werden jedoch die Regelungen der ZTV-K 96 über das nationale Anwendungsdokument zum ENV 1992-2 [30] übernommen. Ein Teil der bisher eingeführten Regelungen, insbesondere ZTV-K 96, berücksichtigen die Betonfestigkeit nur implizit, da die Bestimmungen auf der Basis, der für das Bauteil häufig verwendeten Festigkeitsklasse, entwickelt wurden. Da beim Hochleistungsbeton die Zugfestigkeit ansteigt – zwar nur unterproportional – sind Verifizierungen der Ansätze unablässig. An dem Beispiel der Regelungen in DIN 4277 Teil 1 bzw. DIN 1045-1 lässt sich das Konzept der Mindestbewehrung darstellen.

Da eine Prognose der durch die ungleichmäßige Temperaturverteilung induzierten Spannungen wegen der zahlreichen Unbekannten – Hydratationswärmeentwicklung, Entwicklung der mechanischen Eigenschaften, klimatische Einflüsse – unsicher ist, wird ein Versagen der Randfasern des Querschnitts auf Zug postuliert und eine Dimensionierung für einen fiktiven Spannungsverlauf im Bauteilinnern durchgeführt. Damit reduzieren sich die Unbekannten auf die Zugfestigkeit des Betons zum Zeitpunkt der Rissbildung und den Spannungsverlauf vor der Rissbildung, für die plausible Annahmen getroffen werden können [52]. Für die normative Festlegung ist der Ansatz ausgewertet und in Form einer Tabelle aufbereitet. Mit den Faktoren aus der Tabelle wird der Querschnitt der Oberflächenbewehrung ermittelt. Für eine dicke Platte in der Betonfestigkeitsklasse C 70/85 würde sich eine erforderliche Oberflächenbewehrung von

$$A_s = \rho \cdot h_o = 0,002 \cdot 1000,0 = 20,0 \quad [\text{cm}^2/\text{m}] \quad (1.2)$$

ergeben.

Die Bewehrungsmenge wird jedoch unabhängig von der Festigkeitsklasse und der Bauteildicke pauschal auf $3,35 \text{ cm}^2/\text{m}$ begrenzt. Der obere Grenzwert ist abgeleitet auf der Basis C 40/45 und einer Betondeckung von 3,5 cm. Für C 70/85 bedeutet dies, dass der obere Grenzwert bei einer Plattenstärke von 0,17 m erreicht wird. An dem Beispiel zeigt sich der Bedarf, diesen Themenkomplex intensiver zu durchleuchten.

Zur Planung von Maßnahmen zur Vermeidung von Rissen sind neben Erfahrungen rechnerische Untersuchungen sinnvoll. Für den Erfolg der rechnerischen Analysen ist die Erfassung der Einflüsse auf die Temperaturentwicklung wesentlich. Neben der Modellierung der schon angesprochenen Hydratationswärmeentwicklung sind die Erfassung der atmosphärischen Einflüsse essentiell.

In den heute relevanten Normen werden Temperaturwerte als Einwirkungsgrößen definiert. Dieser Ansatz stellt eine Vereinfachung dar, da die Temperatur selber keine Einwirkung sondern eine Zustandsgröße ist. Die tatsächlichen Einwirkungen für die unterschiedlichen Bemessungssituationen ergeben sich aus den klimatischen Bedingungen.

1.2 Eigene Zielsetzung

Da der Begrenzung der Temperaturentwicklung beim Hochleistungsbeton eine größere Bedeutung beigemessen werden muss, sollen in der vorliegenden Arbeit Methoden zur Vorhersage der Bauteiltemperaturen entwickelt werden. Zur Beurteilung der Rissgefahr werden rechnerische Untersuchungen zur Temperaturbelastung unter realitätsnaher Erfassung der klimatischen Randbedingungen und der Hydratationswärmeentwicklung durchgeführt. Ziel dieser Untersuchungen ist die Identifikation relevanter Parameter für die Temperaturbelastung und die Entwicklung eines Konzept zur Oberflächenbewehrung, das sich stärker an den tatsächliche Gegebenheiten orientiert als die bisherigen Regelungen.

1.3 Methoden

Zur Beurteilung der Rissgefahr infolge der Eigenspannungen werden zweidimensionale Wärmeberechnungen durchgeführt. Um eine flexible Arbeitsumgebung zu haben, wird ein Berechnungsprogramm auf der Basis der Methode der finiten Elemente geschaffen. Die Temperaturberechnungen sind gekoppelt mit der Berechnung der Hydratationswärmeentwicklung. Für diese Berechnung wird gleichfalls ein Programm mit der Methode der finiten Elemente erstellt.

Der bedeutender Vorteil einer eigenen Programmierung ist, dass bei der Berücksichtigung der komplexen Randbedingungen infolge der atmosphärischen Einwirkungen notwendigen Freiheiten zur Umsetzung vorhanden sind. Zur Erfassung der unterschiedlichen Strahlungsanteile der Sonnenstrahlung werden Berechnungsmodule entwickelt, die die geometrischen Besonderheiten der einzelnen Strahlungsanteile berücksichtigen.

Um wirklichkeitsnahe atmosphärische Einwirkungen in die Berechnungen einfließen zu lassen, steht eine langjährige meteorologische Messreihe zur Verfügung. Da messtechnisch bedingt Strahlungsanteile in der Datenreihe zusammengefasst sind, wurde unter zur Hilfenahme eines meteorologischen Programms ein Algorithmus verfasst, mit dem die Strahlungsanteile auseinanderdividiert werden können.

Zur Spannungsermittlung in dem zweidimensionalen Querschnitt stehen ein Modul mit dem Stäbchenverfahren als Erweiterung des Lamellenverfahrens und ein angepasstes finites Element zur Verfügung. Mit dem finiten Element können auf der Basis zweidimensionaler Scheibenelemente räumliche Spannungszustände ermittelt werden.

Für die Entwicklung eines Normenansatzes zur Bemessung der Oberflächenbewehrung wird basierend auf der Analyse von Scheibenspannungszuständen ein einfacher Bemessungsansatz entwickelt.

Kapitel 2

Messungen beim Pilotprojekt

2.1 Einleitung und Objektbeschreibung

Im Frühjahr 1998 wurde von der Bayerischen Straßenbauverwaltung ein Pilotprojekt zur Anwendung von Hochleistungsbeton B 85 im Brückenbau ausgeschrieben und vergeben [106]. Das Bauwerk BW 27-2 überführt einen Wirtschaftsweg über die Bundesautobahn A 96 München–Lindau westlich von Buchloe. Der in Längsrichtung beschränkt vorgespannte, zweifeldrige Überbau mit einer Breite von $b = 6,0$ m und Einzelstützweiten von je $l = 21,50$ m besteht aus Beton der Festigkeitsklasse B 85 gemäß [17]. Mit einer Plattenhöhe $h = 0,80$ m weist er eine Schlankheit von $\lambda = 1/27$ auf. Gleich dem Überbau kam auch beim Pfeiler Hochleistungsbeton zur Anwendung. Alle übrigen Elemente wurden aus Beton B 25 gefertigt. In den Bildern 2.1 und 2.2 sind der Längsschnitt und der Querschnitt des Überbaus abgebildet, die Bilder 2.3 und 2.4 geben die Geometrie des Pfeilers wieder.

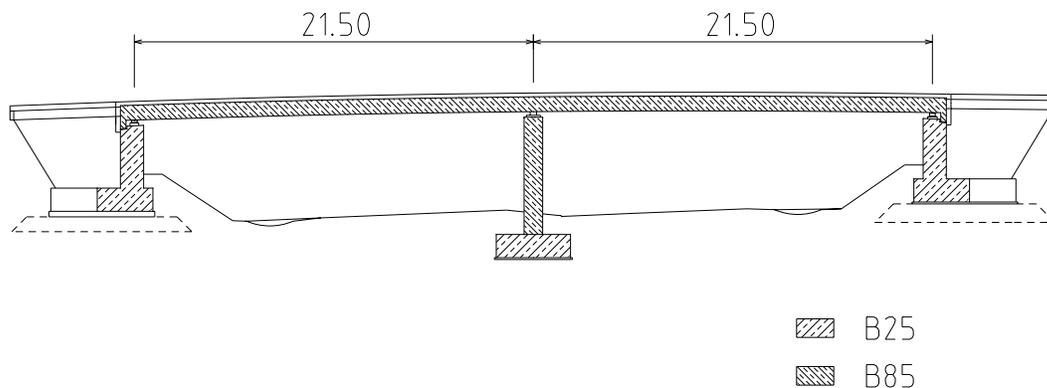


Bild 2.1: Längsschnitt durch den Überbau

Zur Erforschung der Temperaturentwicklung und Frühverformungen des Betons wurde mit Unterstützung der Bundesanstalt für Straßenwesen ein umfangreiches Messprogramm durchgeführt [105]. Die Daten bieten eine Grundlage für die weiterführenden analytischen Untersuchungen. Zur Messung der Temperaturfelder wurde in den beiden Bauteilen ein enges Raster mit Temperaturfühlern installiert und die Frühverformungen mit Dehnstäben gemessen. Ergänzt wurden die Messungen der Bauteiltemperaturen durch meteorologische Angaben.

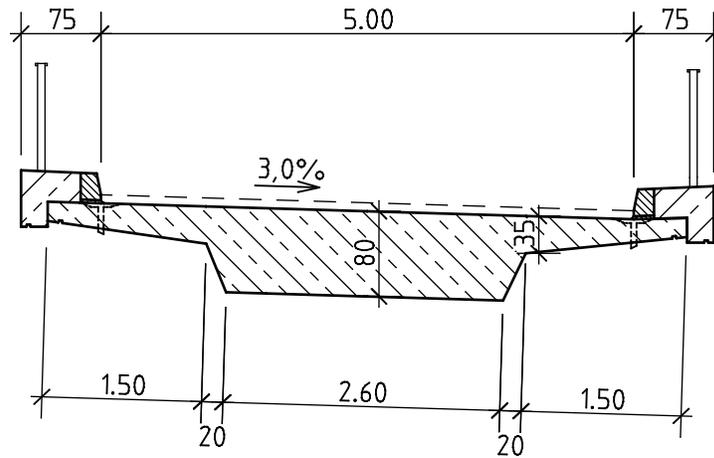


Bild 2.2: Querschnitt des Überbaus

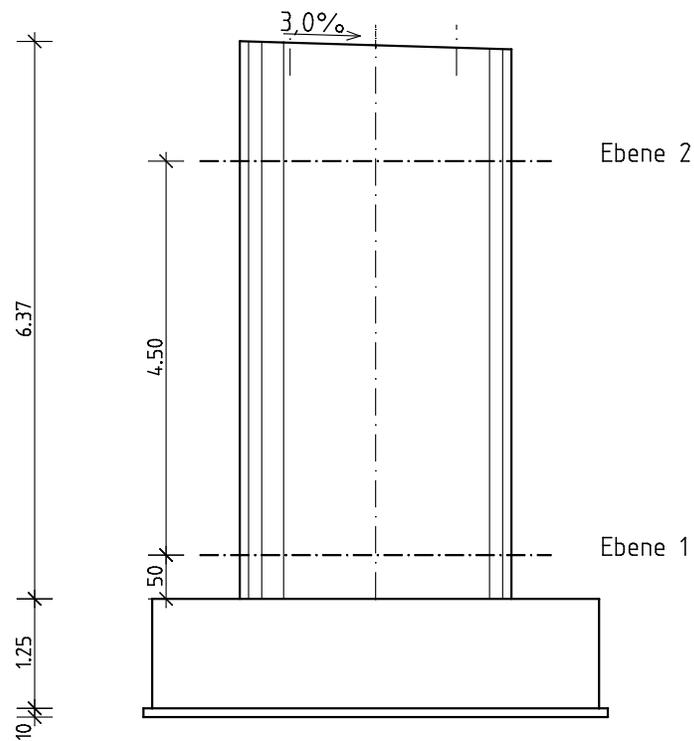


Bild 2.3: Ansicht des Pfeilers

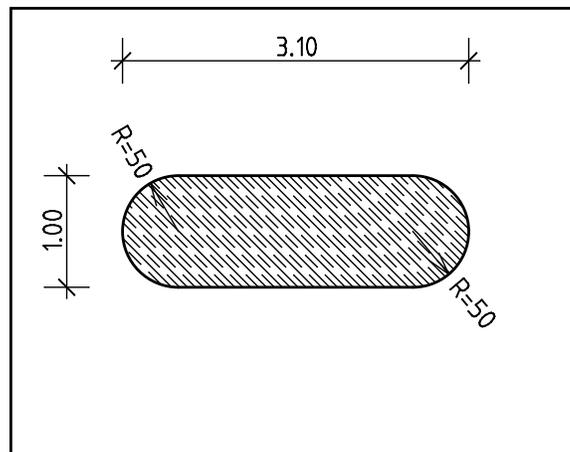


Bild 2.4: Querschnitt des Pfeilers

Für den Überbau und den Pfeiler kamen die Betonmischungen gemäß Tabelle 2.1 zur Anwendung. Bei dem Zuschlagsmaterial handelt es sich um wärmeiszeitlichen Terrassenschotter

Tabelle 2.1: Betonmischungen

Materialien		Pfeiler	Überbau
CEM I 42,5-R	[kg/m ³]	440	380
Mikrosilica (Slurry)	[kg/m ³]	70	50
Steinkohlenflugasche	[kg/m ³]		60
Sand 0/4 mm	[kg/m ³]	796	783
Kies 4/8 mm	[kg/m ³]	362	354
Kies 8/16 mm	[kg/m ³]	740	726
Fließmittel FM 30	[%]	3,8	3,8
Verzögerer VZ 31	[%]	0,2	0,2
Gesamtwasser	[kg/m ³]	135	145

mit hauptsächlich quarzhaltigen Bestandteilen. Die Dichte des Zuschlags betrug 2,72 kg/dm³. Die beiden unterschiedlichen Mischungen boten die Möglichkeit, den Einfluss der Flugasche zu beobachten.

2.2 Messeinrichtung

Bei dem Bauwerk wurden insgesamt fünf Messungen gemäß Tabelle 2.2 durchgeführt. Für die Beurteilung der Temperaturbelastung des jungen Betons ist die Temperaturentbreitung im gesamten Bauteil zu erfassen. Um dieses Ziel möglichst weitgehend zu erreichen, wurde in dem Vorhaben eine Messanordnung gewählt, bei der in verschiedenen Querschnitten bzw. Teilquerschnitten die Temperaturfühler in einem engen Raster angeordnet wurden. Bei den Messungen am Pfeiler und am Überbau wurden in Bauteillängsrichtung verschiedene Messquerschnitte angelegt.

Tabelle 2.2: Liste der Messungen

Nr.	Bauteil	Zeitraum	Temperaturfühler	Dehnstäbe
1	1. Verarbeitungsversuch	16.- 19.06.98	10	1
2	Pfeiler	09.- 16.07.98	80	2
3	2. Verarbeitungsversuch	16.- 24.09.98	10	1
4	3. Verarbeitungsversuch	24.- 30.09.98	10	1
5	Überbau	08.- 21.10.98	80	4

Mit der Anordnung können auf Querschnittsebene Temperaturfelder, die stark durch die Geometrie und die Übergangsbedingungen an den Querschnittsrändern beeinflusst sind, aufgezeichnet werden. Die verschiedenen Messquerschnitte ermöglichen es, den Einfluss unterschiedlicher Betonierzeitpunkte oder angrenzender Bauteile zu erfassen. Zur Messung der Frühverformungen des Betons wurden Dehnstäbe vorbereitet und in die Bauteile eingebaut. Die Dehnstäbe bestehen aus Bewehrungsstahl BSt 500 S (\varnothing 10 mm), $l = 1,50 - 2,00$ [m], auf die 5–10 Dehnmessstreifen geklebt wurden. Durch den mit der Erhärtung des Betons entstehenden Verbund werden die Stäbe verformt. So können die Frühverformungen erfasst werden. Mit der großen Anzahl an Dehnmessstreifen bestand die Möglichkeit, den Ausfall einzelner Dehnmessstreifen zu kompensieren. Für die Messdatengeber ist eine widerstandsfähige Montage dringend notwendig, damit sich ihre geometrische Lage nicht durch mechanische Einwirkungen, wie Trittbelastungen, Schläge durch das Einführen des Innenrüttlers oder Auftrieb durch den Beton, verändern. Der Messaufbau besteht im Wesentlichen aus fünf Komponenten:

- Dieselgenerator als Hauptstromquelle
- leistungsfähiger Akku als Notstromversorgung
- zwei EDV–Anlagen zur Erfassung der Temperaturdaten und der meteorologischen Daten
- Messstellenumwandler (UPM 100–Einheit)
- Widerstandsthermometer (PT 100) zur Erfassung der Temperatur und Dehnmessstreifen (DMS) zur Aufnahme der Verformungen im Bauteil.

Durch eine Temperaturänderung im Bauteil erfolgt eine Widerstandsänderung der PT 100. Die UPM100–Einheit als Vielstellenmessgerät wandelt diese Widerstandswerte in ein digitales Datensignal zur weiteren Verarbeitung in einer EDV–Anlage um. Die Messdaten wurden bei allen Versuchen im 10–Minuten–Takt erfasst und abgespeichert.

Bei der Auswertung der Ergebnisse sind Einflüsse auf die Genauigkeit der Messergebnisse zu beachten. Die Ursachen hierfür sind unterschiedlicher Natur. Als erstes besitzt die gesamte Messeinheit, bestehend aus den Temperaturfühlern, den Kabelsträngen und dem Messverstärker eine Ungenauigkeit. Bedeutender sind aber, wie oben angesprochen, mögliche Lageänderungen der Messfühler. Große Lageänderungen können durch den Vergleich mit benachbarten Temperaturfühlern entdeckt werden, kleinere Abweichungen können unerkannt bleiben und eventuell zu einer verfälschten Darstellung des Temperaturfeldes führen. Durch Analysen der Daten sind fehlerhafte Messergebnisse zu identifizieren. Mechanische Beschädigungen von Temperaturfühlern

können falsche Daten liefern. Da diese Werte jedoch sehr aus der Reihe fallen, sind derartige Fehler eindeutig feststellbar. Zur Vorbereitung und Kontrolle wurde die gesamte Messeinrichtung im Labor zusammengebaut und die Fühler in einem Wasserbad bei 20 °C und 80 °C einzeln kalibriert, so dass die Messgenauigkeit der Einrichtung minimiert werden konnte. Eine weitere Überprüfung der Fühler erfolgte in dem Bauteil. Durch Vergleich der gemessenen Temperaturen zu einem geeigneten Zeitpunkt konnte im Rahmen der Datenauswertung ein Abgleich durchgeführt werden. Die Wahl des sinnvollsten Zeitpunkts wurde bei der Datenauswertung ermittelt. Hierzu wurden statistische Methoden angewendet [105].

Die Messdaten der Dehnmessstreifen werden durch Wärmeeinwirkung beeinflusst. Um diese Abweichungen aus den Messdaten herauszufiltern, wurde eine WHEATSTONEsche Brückenschaltung eingebaut. Bei dieser Schaltung wird neben dem Dehnmessstreifen, der die Verformungen messen soll, ein weiterer befestigt, der nur durch die Temperatur verformt wird. Durch eine Schaltung, die die beiden Werte subtrahiert, bleiben nur die Widerstandsänderungen infolge der Verformung über. In die Schaltung wurde der Bewehrungsstab integriert, so dass die Formänderung infolge der Temperaturänderung des Bewehrungsstabes kompensiert wurde.

Da für die Bestimmung von Wetterdaten technische Voraussetzungen notwendig sind, die im Rahmen der Versuchsdurchführung nicht realisierbar waren, wurden zusätzliche Klimadaten vom Deutschen Wetterdienst in München herangezogen. Der Vergleich mit Lufttemperaturwerten, die vor Ort gemessen wurden, zeigt eine gute Übereinstimmung.

2.3 Messergebnisse vom Pfeiler

Im Pfeiler waren zwei horizontale Messebenen eingebaut. Die untere Ebene befand sich 35 cm oberhalb des Fundamentes, die zweite 5,00 m (vgl. Bild 2.3). Die Dehnstäbe mit jeweils 10 Dehnmessstreifen waren 15 cm oberhalb der zweiten Messebene montiert. In den beiden Ebenen lagen die Temperaturfühler in zwei diagonal gegenüber liegenden Quadranten des Bauteilquerschnitts (Bild 2.7).

Die Schalung des Pfeilers bestand aus 21 mm starken, sägerauhen Keilspundbrettern. Für die großen Seitenflächen wählte der Bauunternehmer eine zweischalige und für die schmalen, runden Stirnflächen eine einschalige Konstruktion (Bilder 2.5 und 2.6). Das Betonieren des Pfeilers erfolgte am 09.07.1998 vormittags. Die Schalung wurde 96 Stunden nach dem Betonieren entfernt.

Bild 2.8 gibt den Verlauf der Temperatur von vier Messstellen wieder, die in einer Reihe zwischen Kern und Oberfläche in der oberen Messebene in der Symmetrieachse des Pfeilers befestigt waren. Die maximalen Temperaturdifferenz zwischen Kern und Oberfläche tritt nach dem Ausschalen auf. In Bild 2.9 ist der Temperaturverlauf von Messpunkten aus der unteren Messebene wiedergegeben. Im Vergleich zu Bild 2.8 sind die maximalen Temperaturen geringer, was auf den Wärmeabfluss in das Fundament zurückzuführen ist. Nach dem Ausschalen steigen die Temperaturen am Querschnittsrand zunächst an, obwohl das Temperaturniveau noch oberhalb der Lufttemperatur ist. Der Anstieg ist auf die Sonnenstrahlung zurückzuführen. Die Darstellung zeigt eindrucksvoll, dass zur Beschreibung der klimatischen Einwirkungen die Lufttemperatur nicht genügt.

Der Verlauf der Verzerrungen der beiden Dehnstäbe ist in Bild 2.10 dargestellt. Die Kurve



Bild 2.5: Seitenschalung



Bild 2.6: Stirrschalung

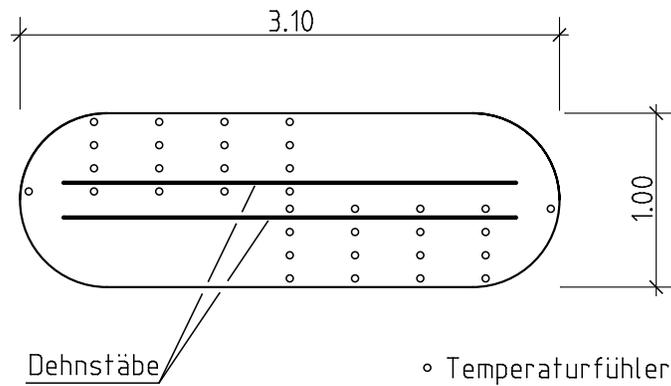


Bild 2.7: Messanordnung im Pfeiler

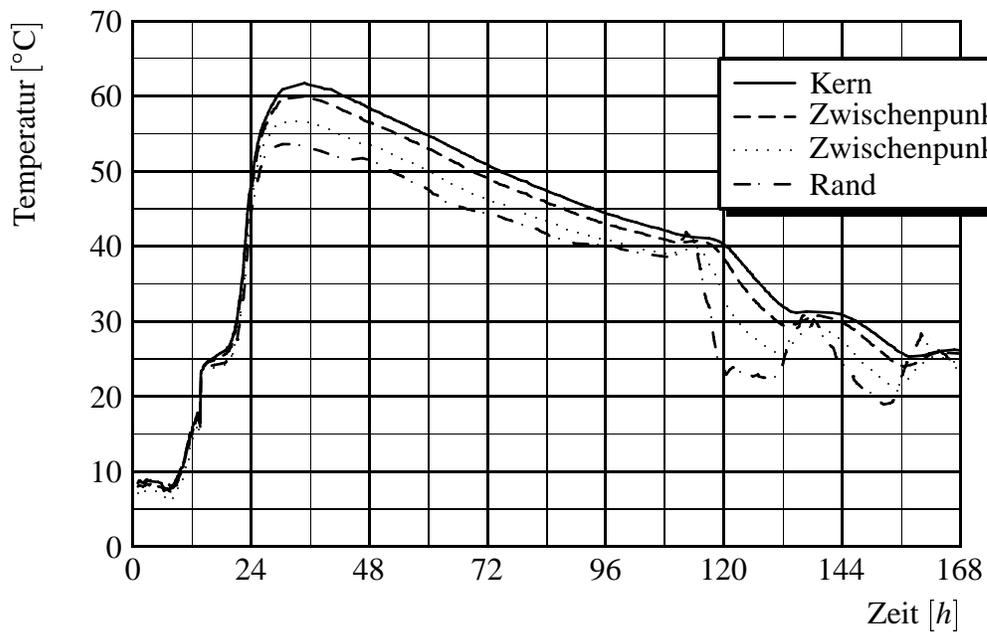


Bild 2.8: Temperaturverlauf ausgewählter Messpunkte im Pfeiler (obere Messebene)

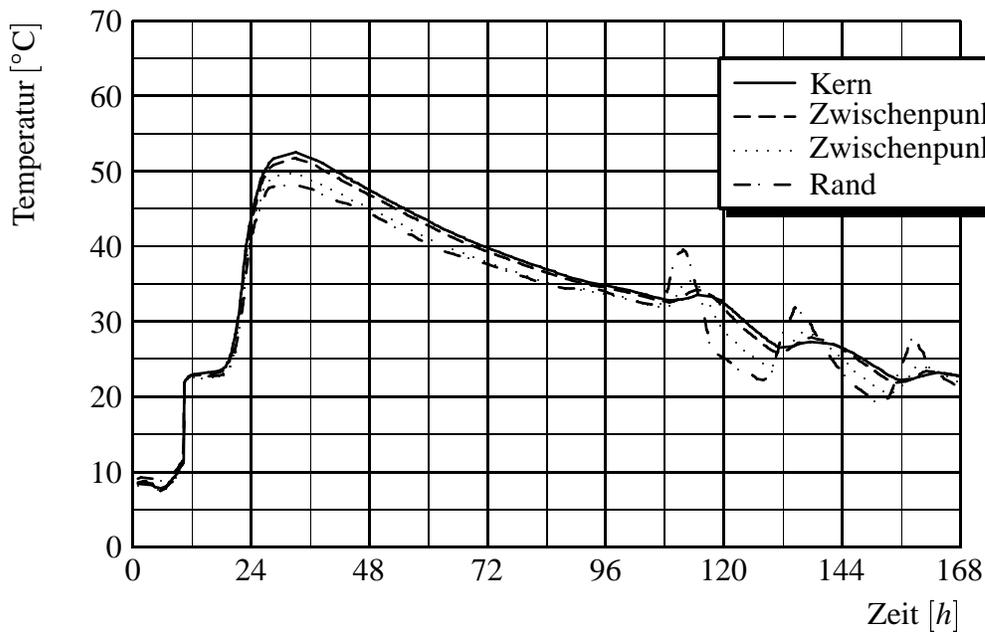


Bild 2.9: Temperaturverlauf ausgewählter Messpunkte im Pfeiler (untere Messebene)

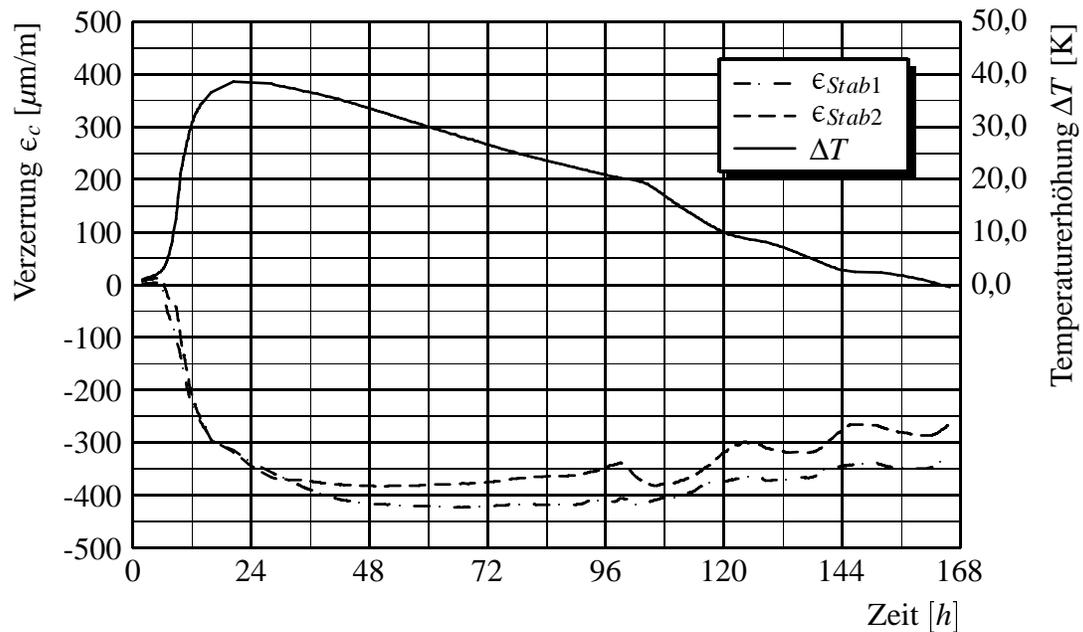


Bild 2.10: Temperatur- und Verzerrungsverlauf der Dehnstäbe im Pfeiler

verläuft etwas verzögert im Vergleich zur Temperaturkurve. Die Ursache für die Verzerrungen der Dehnstäbe ist in dem chemischen Schwinden zu sehen. Die gemessenen Werte stimmen in der Größenordnung mit den in der Literatur publizierten überein [9, 19].

2.4 Überbau

Die Schalung für den Überbau aus 21 mm starken sägerauhen Brettern war auf einem verformungsarmen Lehrgerüst aufgebaut. Das Betonieren des Überbaus erfolgte am 08.10.1998. Die Betonoberfläche wurde nach der Erstbehandlung mit einem Nachbehandlungsmittel mit einer schwarzen PE-Folie abgedeckt. Am Mittag des darauffolgenden Tages wurde eine mit Filz kaschierte Dämmfolie aufgelegt. Die Demontage des Lehrgerüsts und der unteren Schalung begann am 13.10.98. Am 19.10.98 wurden die oberen Folien entfernt. Die Kragarme verblieben bis zur Beendigung der Messung eingeschalt.

Im Überbau waren drei vertikale Messebenen installiert. Die Sensoren befanden sich jeweils auf der westlichen Querschnittshälfte. Zusätzlich befanden sich außerhalb der Schalung an einer windgeschützten Stelle Temperaturfühler zur Messung der Lufttemperatur in unmittelbarer Nähe des Bauwerks. Die Dehnstäbe lagen senkrecht zur Ebene der Temperaturfühler. Mit der Verteilung der Messebenen über die Brückenlänge konnte der Einfluss unterschiedlicher Frischbetontemperaturen bedingt durch unterschiedliche Lieferchargen und klimatische Verhältnisse während der Herstellung aufgezeigt werden.

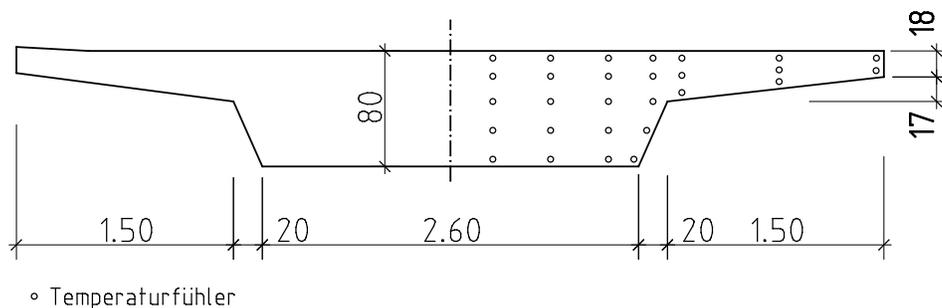


Bild 2.11: Messanordnung im Überbau

Der Überbau wurde in einem Zeitraum von 9 Stunden betoniert. In Bild 2.12 sind für drei Messpunkte aus der Symmetrieachse des Überbaus die Temperaturverläufe dargestellt. Die maximale Temperatur entspricht dem Wert, der auch im Pfeiler gemessen wurde. Bemerkenswert ist dies, da die Mischung weniger Zement enthält und die klimatischen Bedingungen nicht ungünstiger waren. Die Temperaturdifferenzen sind geringer und die maximalen Werte treffen mit dem Zeitpunkt der maximalen Erwärmung zusammen. Größere und kritischer zu beurteilende Temperaturdifferenzen treten zwischen der Platte und dem Kragarm auf (Bild 2.13). Insbesondere die zeitliche Entwicklung ist ungünstig, da die Werte zu einem Zeitpunkt auftreten, an dem die mechanischen Eigenschaften schon recht weit entwickelt sind. Entsprechend große Spannungen sind zu erwarten.

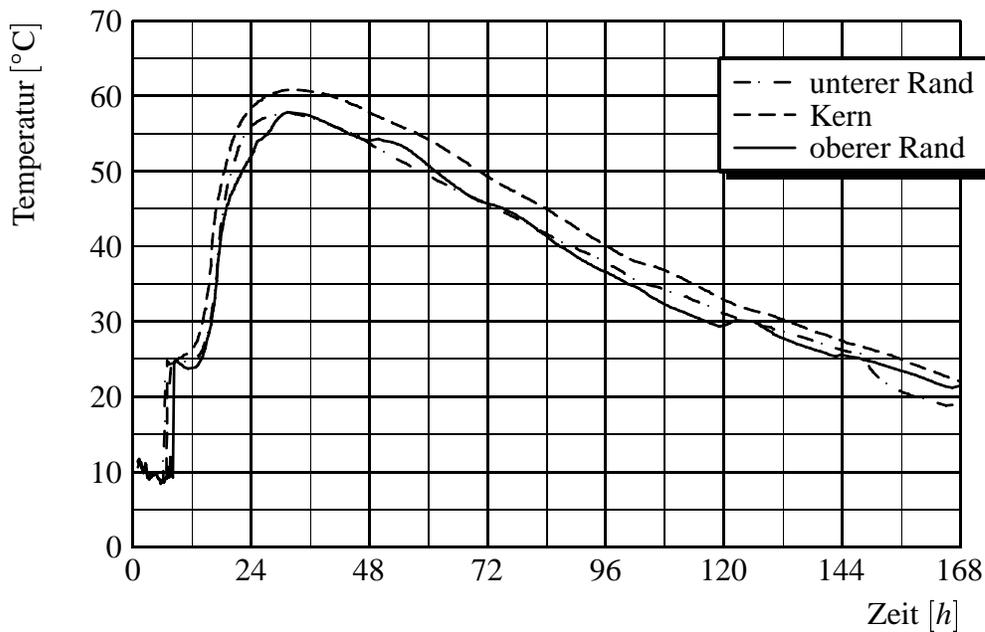


Bild 2.12: Temperaturverlauf in der Symmetrieachse

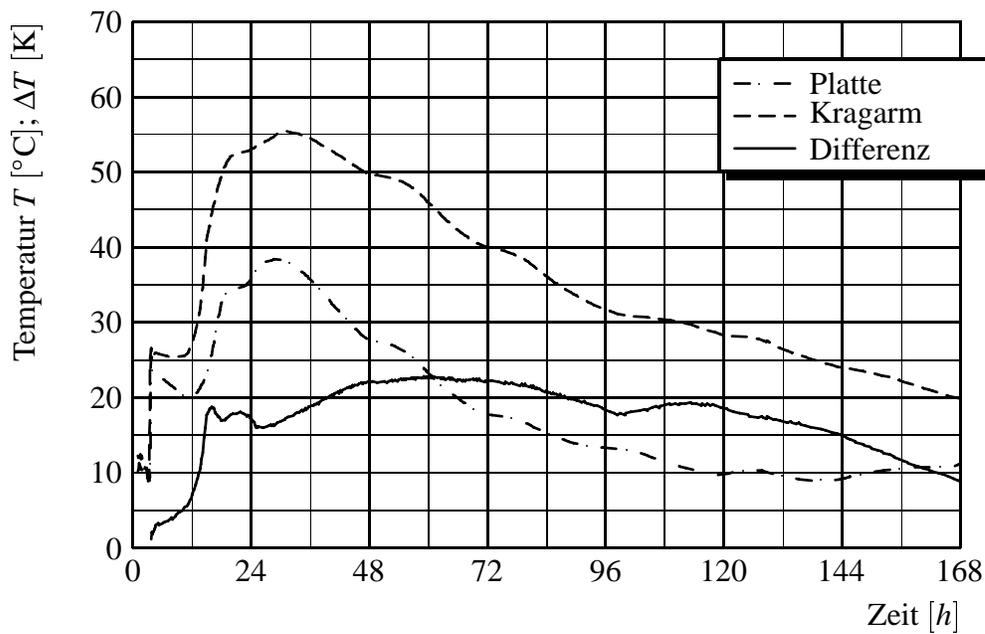


Bild 2.13: Vergleich der Temperaturen in der Platte und dem Kragarm

Kapitel 3

Materialeigenschaften

3.1 Einleitung

Für die Analyse der thermischen Beanspruchung des jungen Hochleistungsbetons sind Kenntnisse über die Einwirkung und das Materialverhalten wesentlich. Das folgende Kapitel thematisiert das Materialverhalten, wobei die Besonderheiten des Hochleistungsbetons und die Materialeigenschaften des erhärtenden Betons im Vordergrund stehen. Die Betrachtungen basieren auf der Auswertung der Literatur. Ergänzend werden eigene Untersuchungen hinzugezogen, die aber, da nur wenige Mischungsparameter verändert wurden, nur bedingt verallgemeinerungsfähig sind. Für die Verifikation von Ansätzen aus der Literatur sind die Ergebnisse trotzdem dienlich.

3.1.1 Technologie und mechanische Eigenschaften des Hochleistungsbetons

Für die Herstellung des hochfesten Betons werden bis auf das Mikrosilica ausschließlich Stoffe verwendet, die auch bei normalfestem Beton eingesetzt werden. Damit ist ersichtlich, dass grundsätzliche betontechnologische Zusammenhänge, die für den normalfesten Beton gelten, auch auf den hochfesten Beton übertragbar sind. Aus der Sicht der technischen Regelwerke können die Unterschiede zwischen dem normalfesten und dem hochfesten Beton jedoch größer sein. Dies ist in Vereinfachungen begründet, die für eine Gruppierung von Betonen (z.B. B 5 bis B 55) in berechtigter Weise getroffen wurden, jedoch auf ein größeres Spektrum nicht übertragbar sind.

Bei den Betonen der heute in Deutschland genormten Festigkeitsklassen wird die Druckfestigkeit durch die Festigkeit des Zementsteins und den Verbund zwischen dem Zementstein und den Zuschlägen begrenzt. Zur Steigerung der Festigkeit ist somit eine Verbesserung der Qualität des Zementsteins naheliegend.

Der wesentliche Parameter für die mechanischen Eigenschaften des Zementsteins ist seine Porosität. Der Porenraum im Zementstein setzt sich zusammen aus *Luft*-, *Kapillar*- und *Gelporen*. Die Poren, die durch ihre spezifische Größe charakterisiert werden, unterscheiden sich in ihrem Ursprung und ihrem Einfluss auf die Festigkeit.

Bei den Luftporen ist zu unterscheiden zwischen denen, die durch Luft- oder Wasserein-

schlüsse infolge ungenügender Verdichtung des Betons entstehen und solchen, die auf die Verwendung von Luftporenbildnern zurückzuführen sind. Luftporenbildner werden zur Herstellung von Betonen mit hohem Frost—Tausalz widerstand eingesetzt. Die Luftporen stören das Kapillarsystem des Zementsteins, um Penetrationsvorgänge zu unterbinden, und schaffen Expansionsräume für gefrierendes Wasser. Beim Hochleistungsbeton können bei einer Unverträglichkeit zwischen Fließmittel und Verzögerer ähnliche Poren unbeabsichtigt entstehen. Durch die Reduzierung der inneren Fläche des Betons reduzieren Luftporen die Festigkeit.

Der Träger der Festigkeit des Zementsteins ist das *Zementgel*. Das Volumen des Zementgels besteht zu etwa 25 % aus Gelporen (10^{-7} bis 10^{-5} mm), in denen Wasser physikalisch gebunden ist. Die Gelporosität ist durch betontechnologische Maßnahmen kaum veränderbar. Für die vollständige Hydratation wird etwa ein Wasserzementwert von 0,4 benötigt. Bei einem größeren Wasserzementwert bleibt freies Wasser im Zementstein übrig. Durch dieses Wasser werden feine Kapillarporen (10^{-5} bis 10^{-1} mm) im Zementstein gebildet. Sie beeinträchtigen nicht nur die Festigkeit, sondern können auch die Dauerhaftigkeit mindern, da Gase und Flüssigkeiten über das Porensystem in den Beton penetrieren können.

Zur Steigerung der Festigkeiten wird der Wasserbindemittelwert verringert, damit das Wasser vollständig bei der Hydratation verbraucht wird. Damit kann der Anteil der Kapillarporen im Zementstein entscheidend reduziert werden. Durch Quecksilberdruckporosimeter kann die geänderte Porenstruktur beim Hochleistungsbeton nachgewiesen werden [36].

Die zweite entscheidende Maßnahme ist die Zugabe von Mikrosilica. Der Stoff fällt als industrielles Nebenprodukt bei der Herstellung von Silizium oder Siliziumlegierungen in den Filteranlagen der Schmelzöfen an. Es ist also ein künstliches Puzzolan. Charakteristisch ist die sehr hohe Kornfeinheit ($0,1$ bis $0,2 \cdot 10^{-6}$ mm). Die Korngröße ist um den Faktor 50 bis 100 feiner als die der Zementkörner, so dass der Porenraum zwischen den Zementkörnern ausgefüllt wird. Darüber hinaus reagiert Mikrosilica mit dem während der Hydratation des Zementes entstandenen Calciumhydroxid und bildet Calciumsilicathydrate, die den Hydratationsprodukten des Zementes ähnlich sind. Da sich Calciumhydroxid bevorzugt in der Kontaktzone zwischen dem Zementstein und den Zuschlägen absetzt, wirkt sich diese sekundäre Bildung des Calciumsilicathydrates positiv auf den Verbund in der Kontaktzone aus. Die beiden beschriebenen Mechanismen tragen wesentlich zur Steigerung der Druckfestigkeit bei [80].

3.1.2 Materialeigenschaften

3.1.2.1 Spannungs–Dehnungsbeziehung

In der Spannungs–Dehnungsbeziehung sind alle relevanten mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs zusammengefasst. Bei einem linear elastischen Werkstoff kann sie durch die Angabe ihrer Steigung, der Elastizitätsmodul E und der Bruchdehnung ϵ_u charakterisiert werden. Die Spannungs–Dehnungsbeziehung des Betons weicht von diesem Ideal erheblich ab. Die Materiallinie verläuft nicht linear und unterscheidet sich im Zug– und Druckbereich. In der Literatur werden die beiden Äste der Spannungs–Dehnungsbeziehung daher getrennt behandelt, was auch auf die unterschiedlichen Versuchsaufbauten zurückzuführen ist. Darüber hinaus beeinflussen die Versuchseinrichtungen, die Durchführung und die Probenbeschaffenheit die experimentelle Bestimmung des Materialgesetzes [15, 39] erheblich. Die für den Beton grundsätzlich bestehende Schwierigkeit, wahre Materialeigenschaften zu ermitteln, hat dazu geführt, Prüfkon-

ventionen zu vereinbaren. Die auf dieser Basis gewonnenen Ergebnisse haben eine Reproduzierbarkeit und dadurch sind vergleichende Aussagen möglich. Bei der Übertragung der so ermittelten Materialkennwerte auf die Tragwerksanalyse sind diese Zusammenhänge zu beachten.

Einaxiale Druckspannungs–Dehnungsbeziehung

Beim normalfesten Beton verhält sich die Spannungs–Dehnungsbeziehung bis etwa 40% der Druckfestigkeit linear, danach steigen die Dehnungen überproportional an, was auf eine beginnende Mikrorissbildung aufgrund der Steifigkeitsunterschiede zwischen dem Zementstein und den Zuschlägen zurückzuführen ist. Bei etwa 80% der Maximallast ist der Zementstein bereits von einem System feiner Risse durchzogen. Durch die ungleichmäßige Belastung innerhalb der Struktur besitzt diese ein Umlagerungsvermögen, so dass ein langsamer Bruch eintritt. Nach dem Überschreiten der maximal ertragbaren Last fällt die Materialkennlinie ab. Der Prüfkörper leistet weiterhin einen Widerstand, der jedoch mit zunehmender Dehnung geringer wird [41].

Durch die Verbesserung der Struktur beim hochfesten Beton ist die Festigkeits– und Steifigkeitsverteilung homogener. Hierdurch nähert sich der hochfeste Beton mit steigender Festigkeit einem linear elastischen Materialverhalten an. Der ansteigende Ast verläuft bis zu 80% der Maximalbelastung etwa linear. Die Dehnung beim Erreichen der Höchstlast steigt mit zunehmender Druckfestigkeit an. Der abfallende Ast verläuft jedoch steiler und ist kürzer. Damit wird ein spröderes Materialverhalten deutlich [85].

Einaxiale Spannungs–Dehnungsbeziehung für Zugbeanspruchung

Die Spannungs–Dehnungsbeziehung auf der Zugseite verläuft insgesamt linearer. Erst ab etwa 70% der Zugfestigkeit f_{ct} setzt eine Mikrorissbildung ein, die bei etwa $0,9f_{ct}$ zu einer merklichen Abflachung der Kurve führt. Die Mikrorisse bilden einen konkreten Riss. Über die Rissflanken können jedoch weiterhin Kräfte durch Reibung und Verzahnung übertragen werden. Die Darstellung des abfallenden Astes erfolgt mit einer Spannungs–Rissöffnungsbeziehung. Das Integral unterhalb der Kurve ist als *Bruchenergie* definiert. Es ist ein Maß für die Sprödigkeit des Versagens.

Das Verhalten des Hochleistungsbetons unterscheidet sich insbesondere durch einen stärkeren Abfall der Spannungs–Rissöffnungsbeziehung. Dies kennzeichnet ein spröderes Bruchverhalten. Ursächlich für das sprödere Bruchverhalten ist die Verbesserung der Kontaktzone zwischen dem Zementstein und den Zuschlägen. Im Gegensatz zum normalfesten Beton, bei dem der Riss im Bruchzustand entlang der Zuschlagskörner verläuft, durchtrennt der Riss beim Hochleistungsbeton die Zuschlagskörner. Die Kraftübertragung über die Rissflanken ist nicht möglich.

3.1.2.2 Elastizitätsmodul

Unter Gebrauchslasten befinden sich die Spannungen zumeist im linear elastischen Bereich, so dass für viele Verformungsberechnungen der Elastizitätsmodul hilfreich ist. Definiert ist er als Tangente im Ursprung oder als Sekante der Spannungs–Dehnungsbeziehung für die Druckbeanspruchung zwischen $\sigma_c = 0,0$ und $\sigma_c = 1/3 f_{cc}$. Der E -Modul des Betons wird durch die E -Moduli des Zementsteins und der Zuschläge bestimmt. Theoretisch ließe sich damit der E -

Modul anhand der Ausgangsstoffe berechnen, hierzu fehlen jedoch zur Zeit noch leistungsfähige Modelle zur Bestimmung des E -Moduls des Zementsteins. In der Literatur und einigen Bemessungsnormen sind mathematische Ansätze vorhanden, die die Beobachtung auswerten, dass der E -Modul mit der Druckfestigkeit ansteigt. Diese Ansätze sind jedoch nur eine grobe Näherung. Der folgende Ansatz entstammt dem Model Code [62]

$$E_c = \alpha_E \cdot E_\infty (f_{cm}/f_{cm0})^{1/3} \quad (3.1)$$

mit

- E_c Tangentenmodul [MN/m^2]
- E_∞ Grundwert des E -Moduls; $2,15 \cdot 10^4$ [MN/m^2]
- f_{cm} mittlere Zylinderdruckfestigkeit; $f_{cm} = f_{ck} + 8$ [MN/m^2]
- f_{cm0} $10 \text{ MN}/\text{m}^2$
- α_E zuschlagsabhängiger Beiwert

Beim Hochleistungsbeton ist ein geringerer Anstieg des E -Moduls mit steigender Druckfestigkeit feststellbar [74].

Die Querdehnzahl kann für den hochfesten Beton analog zum normalfesten im Mittel mit 0,2 angenommen werden [85].

3.1.2.3 Druckfestigkeit

Die Druckfestigkeit ist die wichtigste bautechnische Eigenschaft des Betons. Dies manifestiert sich unter anderem dadurch, dass Qualitätsnachweise für den Beton über die Druckfestigkeit geführt werden und dass andere mechanische Eigenschaften, wie die Zugfestigkeit oder der E -Modul, als Funktion der Druckfestigkeit dargestellt werden. Bei der Druckfestigkeitsprüfung zeigen sich analog zur Spannungs-Dehnungsbeziehung starke Einflüsse aus der Prüfung selbst. Auch hier wird ein Modellbauteil, der Prüfkörper, geprüft und nicht die Materialeigenschaft. Durch die räumlichen Spannungsverhältnisse, die sich in einem Prüfkörper aufbauen, beruht das Versagen auf der Überschreitung der Zugfestigkeit. Die Schädigungen im Beton, die zum Druckversagen führen, entstehen im Zementstein. Damit ist die Betonfestigkeit insbesondere abhängig von der Zementsteinfestigkeit und der Qualität der Kontaktzone zwischen Zementstein und Zuschlag. Die Festigkeit des Zementsteins wird beeinflusst durch die Art des Zements, den Wasserzementwert, die Erhärtungsbedingungen und die Zusatzstoffe. Die zuvor beschriebenen betontechnologischen Maßnahmen zur Verwirklichung des Hochleistungsbetons setzen an dieser Stelle an. Bemerkenswert ist, dass bei einer Druckfestigkeit oberhalb $90\text{--}100 \text{ MN}/\text{m}^2$ die Zugfestigkeit stagniert. Dies widerspricht obiger These, nach der die Druckfestigkeit von der Zugfestigkeit dominiert wird. Es kann jedoch so verstanden werden, dass durch die gesteigerte Dichtigkeit die Lastabtragung homogener wird, so dass die Zugfestigkeit an Bedeutung verliert. Die Steigerung der Druckfestigkeit durch inerte Füller dürfte auf diesen Mechanismen beruhen.

3.1.2.4 Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit des hochfesten Betons nimmt wesentlich geringer zu als die Druckfestigkeit. Zur Bestimmung der Zugfestigkeit aus der Würfeldruckfestigkeit wird für den normalfesten Beton üblicherweise folgender Ansatz gewählt [62]:

$$f_{ct} = c \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3.2)$$

mit

c Materialparameter

Dieser Ansatz überschätzt jedoch die Zugfestigkeit des hochfesten Betons. REMMEL macht in [74] für die Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit folgenden Vorschlag:

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left[1 + \frac{f_{cm}}{10 \text{ N/mm}^2} \right] \quad (3.3)$$

Für die Zugfestigkeit ist die Festigkeit des Zuschlagmaterials dominierend. Der Bruch verläuft durch die Zuschläge hindurch, eine weitere Steigerung der Zugfestigkeit ist wegen der Begrenzung der Festigkeit der Zuschläge nicht möglich.

Da die zentrische Prüfung sehr aufwendig ist, hat sich die Spaltzugprüfung etabliert. Hierbei wird ein Zylinder über Lasteintragsflächen belastet, so dass die Prüfkörper gespalten werden. Für die Korrelation zwischen Spaltzugfestigkeit und Druckfestigkeit gibt REMMEL folgenden Ansatz an.

$$f_{ctm,sp} = 2,22 \cdot \ln \left[1 + \frac{f_{cm}}{10 \text{ N/mm}^2} \right] \quad (3.4)$$

3.1.3 Mehraxiale Festigkeiten

In Bauteilen, die durch thermische Einwirkungen belastet werden, treten mehraxiale Spannungszustände auf. Mehraxiale Spannungszustände beeinflussen die Festigkeit und das Verformungsverhalten des Betons. Auf die Druckfestigkeit haben sie einen signifikanten Einfluss [63, 92]. Für die Zugspannung kann im Zug–Zug–Zug–Bereich angenommen werden, dass ein Bruch auftritt, wenn eine der drei Hauptspannungen die einaxiale Zugfestigkeit überschreitet [100]. Dies gilt auch für die zweiaxiale Belastung [62].

An dem Modell einer Kugel, die eine höhere Temperatur im Kern als auf der Oberfläche hat, kann man den Spannungszustand verdeutlichen. Auf der Oberfläche der Kugel wird sich ein zweiaxialer Spannungszustand mit Spannungskomponenten in tangentialer Richtung einstellen. Radial ist keine Spannungskomponente vorhanden. Damit liegt ein zweiaxialer Spannungszustand im Zug–Zug–Bereich vor, der über die Hauptspannungen abgeschätzt werden kann.

3.2 Entwicklung der mechanischen Eigenschaften des jungen Betons

Die Entwicklung der mechanischen Eigenschaften des Betons beruht mehr auf physikalische als auf chemische Zusammenhängen. Zweifelsfrei ist die Bildung der Calciumsilicathydrate, die ursächlich für die Festigkeitsbildung sind, ein chemischer Prozess, aber die mechanischen Eigenschaften erklären sich letztendlich durch das Verfilzen der Phasen untereinander, wodurch kraftschlüssige Verbindungen entstehen. Eine wesentliche Voraussetzung für die Ausbildung der mechanischen Eigenschaften ist somit, dass die Calciumsilicathydratphasen den Zwischenraum zwischen den Zementpartikeln überbrücken. Da die Calciumsilicathydrate durch die Hydratation des Zements mit dem Wasser gebildet werden, stellt sich phänomenologisch betrachtet ein Zusammenhang zwischen der Hydratation und der Festigkeitsentwicklung dar. Ein weiterer Aspekt ist der ursprüngliche Abstand zwischen den Zementpartikeln. Je größer dieser ist, um so später werden sich messbare mechanische Kennwerte einstellen. Der Abstand wird durch den Wasserzementwert geprägt. Je enger die Zementpartikel zusammenliegen, desto dichter wird das Netz zwischen den Partikeln. Die Zwischenräume werden ausgefüllt und die Kontaktfläche zwischen den Calciumsilicathydratphasen vergrößert sich.

Die Entwicklung der mechanischen Eigenschaften des Betons ist Gegenstand einiger Untersuchungen [7, 37, 42, 55, 68]. Die zeitliche Entwicklung und der Betrag der mechanischen Eigenschaften wird beeinflusst durch

- Temperatur
- Granulierung des Zements
- Chemie des Zements
- Wasserzementwert
- Zusatzmittel
- Zusatzstoffe
- Umgebungsfeuchte
- Zuschlag.

3.2.1 Hydratationsgrad

Als Prozessvariable zur Beschreibung des Hydratationsverlaufs gebrauchen viele Forscher den Hydratationsgrad. Neben der Entwicklung der Hydratationswärme werden auch die Entwicklung der mechanischen Eigenschaften über den Hydratationsgrad beschrieben. In der Literatur finden sich unterschiedliche Formulierungen für den Hydratationsgrad. Der Ansatz

$$\alpha(t) = \frac{\text{Masse des hydratisierten Zements}}{\text{Ausgangsmasse des Zements}} \quad (3.5)$$

kann als natürliche Definition aufgefasst werden. Andere Formulierungen sind darauf zurückzuführen, dass die direkte Bestimmung der Masse des hydratisierten Zements nicht möglich ist. Über die Röntgendiffraktometrie kann der unhydratisierte Zement bestimmt werden. Daraus leitet sich die komplementäre Definition zu Gl. 3.5 ab

$$\alpha(t) = 1 - \frac{\text{Masse des unhydratisierten Zements}}{\text{Ausgangsmasse des Zements}} \quad (3.6)$$

Eine verbreitete Definition nimmt auf die Hydratationswärme Bezug. Dies ist eine relativ einfach zu bestimmende Größe und die Messung kann kontinuierlich verlaufen.

$$\alpha(t) = \frac{\text{Hydratationswärmemenge}}{\text{Hydratationswärmemenge bei vollständiger Hydratation des Zements}} \quad (3.7)$$

Die Hydratationswärmemenge bei vollständiger Hydratation des Zementes kann theoretisch anhand der Klinkermineralien des Zements und des Zementanteils in der Betonmischung abgeschätzt werden (vgl. Kap.4.3.2).

3.3 Mathematische Ansätze zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Festigkeit

Experimentelle Untersuchungen zur Festigkeitsentwicklung sind langwierig und aufwendig. Bei zerstörenden Proben sind Prüfkörper in großer Anzahl notwendig. Insbesondere bei frühen Prüfungen in den ersten Stunden ergeben sich Einflüsse durch die Präparationszeit der Proben. Aufgrund der Schwierigkeiten bei der Prüfung sind mathematische Ansätze zur Beschreibung der Entwicklung mechanischer Eigenschaften wünschenswert. Mit den Ansätzen können die Eigenschaften aus den Werten der üblichen Prüfzyklen abgeleitet werden. Eine verbreitete mathematische Modellierung beschreibt die zeitliche Entwicklung in Abhängigkeit des *wirksamen Betonalters*. Für diesen Ansatz wird ein normierter zeitlicher Verlauf angenommen, der auf andere Erhärtungsbedingungen über eine Zeittransformation übertragen wird. Beispielhaft hierfür ist die Formulierung für die Entwicklung der Druckfestigkeit im Model Code [62]:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad (3.8)$$

mit

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t_T/t_1} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (3.9)$$

und

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)/T_0} \right] \quad (3.10)$$

wobei

Δt_i	Zeitdauer mit der Temperatur T
$T(\Delta t_i)$	Temperatur in dem Zeitraum Δt_i
$T_0 =$	1 °C
s	Koeffizient für die Zementart.

Für die Berechnung bedeutet dies, dass basierend auf einer Temperaturberechnung eine Zeittransformation nach Gl. 3.10 vorgenommen wird und damit der Festigkeitsverlauf abgeleitet werden kann. Um unmittelbar aus dem Hydratationsverlauf den Verlauf der Festigkeit zu bestimmen, entwickelte LAUBE einen Ansatz als Funktion des Hydratationsgrads, der von ONKEN und ROSTASY in die nachfolgende Formulierung gebracht wurde [55, 68].

$$f_c(\alpha, \alpha_0) = f_{c, \alpha=1} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{3/2} \quad (3.11)$$

Der Parameter α_0 gibt den Hydratationsgrad an, von dem aus mechanische Eigenschaften gemessen werden können. Der Wert ist abhängig von der Betonmischung und die Bestimmung erfordert einen hohen Prüfaufwand, da im Prinzip die Festigkeit kontinuierlich gemessen werden muss. Der Wert $f_{c, \alpha=1}$ stellt die Festigkeit bei vollständiger Hydratation dar. Da eine vollständige Hydratation nur theoretisch möglich ist, muss dieser Wert aus Versuchsdaten extrapoliert werden. Angesichts der Tatsache, dass beim Hochleistungsbeton der erreichbare Hydratationsgrad weit unterhalb von 1 liegt, ist diese Extrapolation mit starken Unsicherheiten behaftet. Eine Alternative wäre, den Nenner von $1 - \alpha_0$ in $\alpha_{max} - \alpha_0$ umzuformulieren.

Beim Vergleich der Entwicklung der Druckfestigkeit mit dem E -Modul und der Zugfestigkeit zeigt sich, dass der E -Modul sich schneller entwickelt als die Festigkeit. Für die Zugfestigkeit ist zu beobachten, dass diese schneller den Endwert erreicht als die Druckfestigkeit [96]. Um diese Beobachtung zu beschreiben, wird zur Modellierung der zeitlichen Entwicklung des E -Moduls im Model Code die Zeitfunktion β_{cc} potenziert:

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{1/2} \quad (3.12)$$

Bei dem auf dem Hydratationsgrad basierenden Vorschlag (Gl.3.11) wird ähnlich verfahren

$$E_c(\alpha, \alpha_0) = E_{c, \alpha=1} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{2/3} \quad (3.13)$$

und für die Zugfestigkeit wird

$$f_{ct}(\alpha, \alpha_0) = f_{ct, \alpha=1} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right) \quad (3.14)$$

formuliert.

Die Eignungsprüfung für das Projekt „Buchloe“ war aufgrund des Pilotcharakters der Maßnahme umfangreicher als normalerweise für ein derartiges Objekt üblich. Die mechanischen Materialkennwerte wurden anhand zweier Prüfserien, von denen eine gemäß den Bestimmungen der

DIN 1048 [20] und die andere wärmeisoliert gelagert wurde, nachgewiesen. Damit liegen Ergebnisse vor, mit denen verifiziert werden kann, ob sich die publizierten Erfahrungen widerspiegeln. Aufgrund der praxisorientierten Zielrichtung der Laborversuche und dem für eine wissenschaftliche Untersuchung unzureichenden Umfang kann eine abgesicherte Überprüfung vorhandener Modelle oder die Formulierung eigener Ansätze nicht angestrebt werden. Bild 3.1 zeigt die zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit, die an Prüfwürfeln mit 150 mm Kantenlänge bestimmt wurde und Bild 3.3 die des Sekantenmoduls, bestimmt als Sekantenmodul gemäß DIN 1048. Für beide Materialkennwerte zeigt sich, dass die wärmeisolierten Prüfkörper eine schnellere Entwicklung haben, aber auch geringfügig geringere Endwerte. In Bild 3.2 ist der Temperaturverlauf der wärmeisolierten Probekörper dargestellt. Die maximale Temperatur entspricht noch nicht dem Niveau, das bei massigeren Bauteilen erwartet werden muss. Die Tatsache, dass die Festigkeitswerte bei höheren Abbinde Temperaturen geringer sind, muss bei der Festlegung der Sicherheitsbeiwerte für den Hochleistungsbeton berücksichtigt werden. Mit den heutigen Festlegungen in [17] und [27] ist dies ausreichend geschehen. In der Gegenüberstellung von Bild 3.1 und 3.3 zeigt sich der in der Literatur beschriebene, raschere Anstieg des E -Moduls im Vergleich zur Druckfestigkeit. Zur Verifikation, ob diese Beobachtung durch die Gleichungen 3.11 und 3.13

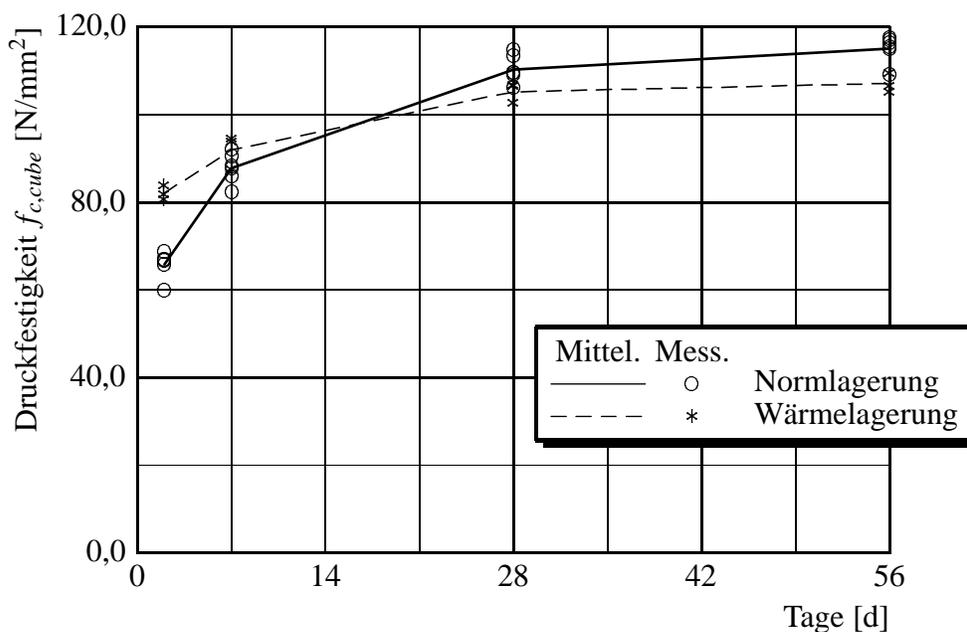


Bild 3.1: Zeitliche Entwicklung der Würfeldruckfestigkeit

abgebildet werden kann, wurde die im Bild 3.4 dargestellte Untersuchung vorgenommen. Als Material für die Studie dienen die Werte der E -Moduli aus Bild 3.3 und die Zylinderdruckfestigkeiten, die an den normgelagerten Prüfkörpern für die E -Modulprüfung bestimmt wurden. Für die Zugfestigkeit werden die Ergebnisse der Spaltzugprüfung herangezogen, unter der Annahme, dass die zentrische Zugfestigkeit und die Spaltzugfestigkeit eine annähernd gleiche zeitliche Entwicklung haben. Da die Parameter α und α_0 nicht bekannt sind, wurde ein Prozessfaktor α_p gewählt.

$$\alpha_p = \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \quad (3.15)$$

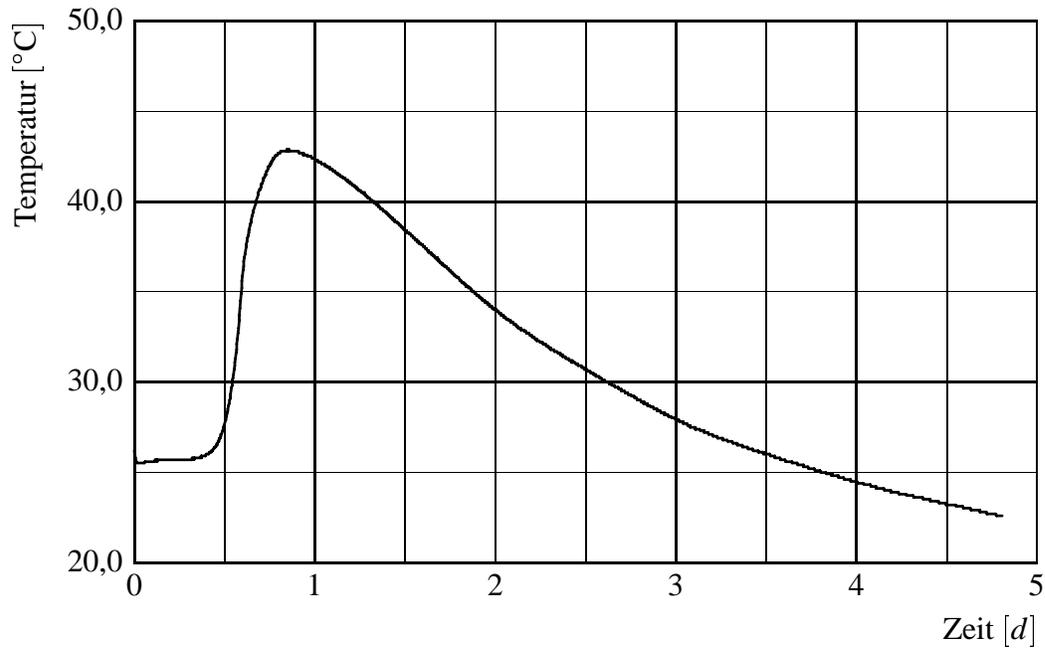


Bild 3.2: Temperaturverlauf im Prüfkörper während der Erhärtung

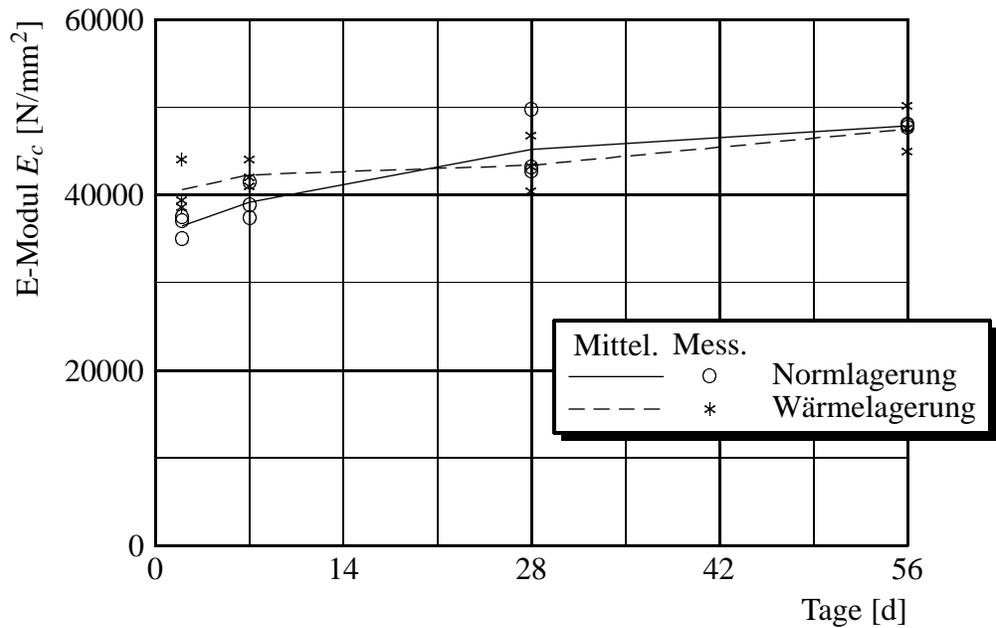


Bild 3.3: Zeitliche Entwicklung des Sekantenmoduls

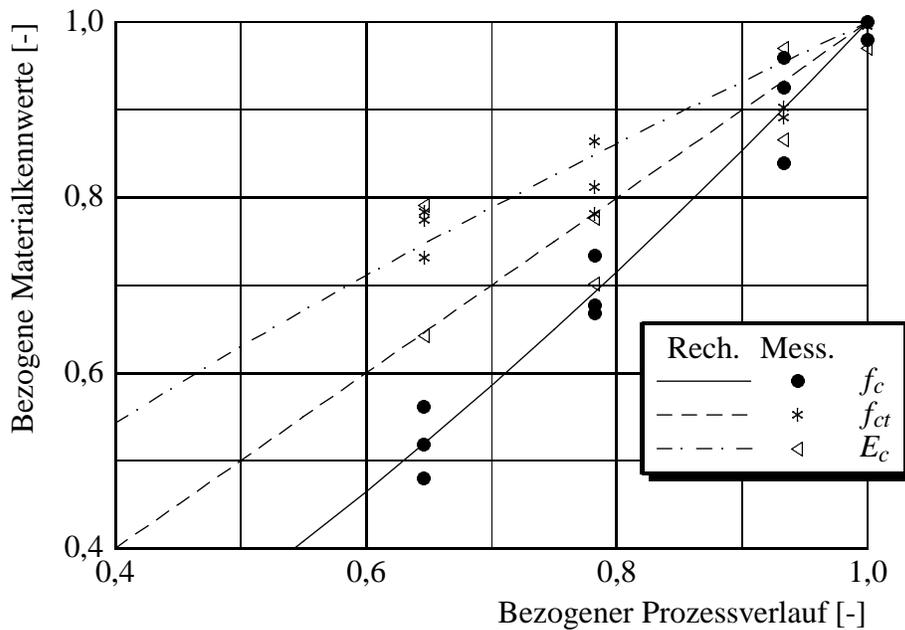


Bild 3.4: Verifikationsstudie zur mathematischen Beschreibung der prozessabhängigen Entwicklung der mechanischen Kennwerte

Durch die Gleichsetzung der Gl. 3.11 mit der gemessenen Druckfestigkeit wurde dieser dann für die einzelnen Prüfzeitpunkte bestimmt. Die rechnerischen Kurven in Bild 3.4 ergeben sich dann durch die Auswertung der Gleichungen 3.11, 3.13 und 3.14. Anhand der Darstellung 3.4 ist festzuhalten, dass nach 2 Tagen etwa 65% des Prozesses abgelaufen sind. Dies ist ein Indiz für die schnelle Festigkeitsentwicklung des Hochleistungsbetons. Weiterhin ist zu erkennen, dass der unterschiedliche zeitliche Verlauf der Entwicklung der mechanischen Eigenschaften durch die angewendeten mathematischen Beziehungen sich tendenziell richtig erfassen lässt. Die Auswertung mit dem Ansatz des Model Codes hätte ein ähnliches Ergebnis gezeigt.

Durch den unmittelbaren Bezug auf den Hydratationsgrad als integrale Größe zur Beschreibung des Hydratationsverlaufs bietet sich dieser Ansatz 3.13 zur Beschreibung der Entwicklung der Steifigkeit an. Bei Untersuchungen, die sich nicht auf experimentelle Ergebnisse stützen können, verbleiben in den Gl. 3.11, 3.13 und 3.14 neben den Grundwerten der mechanischen Eigenschaften ($E_{c,\alpha=1}, f_{c,\alpha=1}, f_{ct,\alpha=1}$) der Wert α_0 als unbekannt, der den Hydratationsgrad beim Übergang vom plastischen zum elastischen Zustand kennzeichnet. In [37, 55] werden hierzu Werte angegeben, die jedoch an speziellen Mischungen bestimmt wurden. Eine allgemeinere Festlegung auf der Basis des Wasserzementwertes ist wünschenswert.

3.3.1 Zugbruchdehnung

Ein Riss stellt sich in einem Bauteil ein, wenn die Zugfestigkeit überschritten wird oder, anders formuliert, wenn die Bruchdehnung überschritten wird. Die vertraute Betrachtungsweise ist die Ebene der Spannungen. Dies ist aus der Sicht der lastbeanspruchten Tragwerke und deren Bemessung sinnvoll, da zum Nachweis der Tragfähigkeit die inneren Kräfte als Integral der Spannungen ermittelt werden. Dies trifft insbesondere für nicht gerissene Werkstoffe zu. Bei gerissenen Werkstoffen müssen nicht nur die Kräfte kontrolliert, sondern auch die Dehnungen zur

Gewährleistung der Verträglichkeit überprüft werden.

Bei den Temperaturbeanspruchungen liegt eine verformungsbeherrschte Situation vor. In dem System müssen die Verformungen verträglich sein. Formulierungen über die Spannungen erhöhen die Komplexität, da Kennwerte erforderlich werden, deren Bestimmung aufwendig ist. Bei einer Lösung der Aufgabenstellung auf der Betrachtungsebene der Dehnungen verbleibt als Unbekannte nur die Zugbruchdehnung. Grundsätzlich variiert auch die Zugbruchdehnung in Abhängigkeit vom Material und der Versuchsdurchführung. Trotzdem finden sich in der Literatur recht einheitliche Angaben. Als Richtwert ist $\epsilon_{ctu} = 0,1\%$ zu finden. Der Wert ist unabhängig von der Festigkeitsklasse. Für Grenzzustandsbetrachtungen bezüglich der Rissinitialisierung ist daher die Zugbruchdehnung ein interessanter Parameter.

In der Eignungsprüfung für das Projekt „Buchloe“ wurde wie beschrieben die Spaltzugfestigkeit bestimmt. In Bild 3.5 sind die Bruchdehnungen, die sich aus der Spaltzugfestigkeit und dem parallel gemessenen E -Modul ergeben, dargestellt. Es zeigt sich, dass der Verlauf relativ konstant ist und die Werte im Bereich von $0,10\%$ liegen. Auch wenn die Spaltzugfestigkeit nicht identisch mit der zentrischen Zugfestigkeit ist, so lässt sich trotzdem vermuten, dass der oben genannte Richtwert auch hier angenommen werden kann.

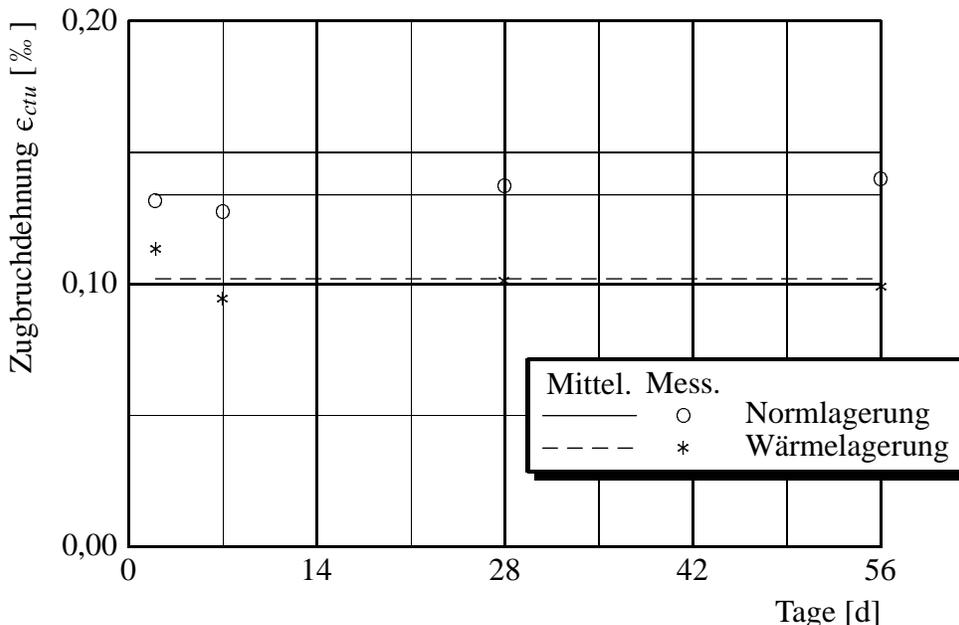


Bild 3.5: Zugbruchdehnungen

Die Annahme einer konstanten Bruchdehnung entspricht nicht den in der Literatur beschriebenen Erfahrungen, nach denen diese mit dem Betonalter ansteigt [55]. ROSTÁSY ET AL. schlagen in [77] folgenden empirischen Ansatz zur Bestimmung vor

$$\epsilon_{ctu} = (\alpha + 0,35) \cdot 10^{-4} \quad (3.16)$$

Beim sehr jungen Beton hat eine geringe Verformungsgeschwindigkeit einen positiven Einfluss auf die Zugbruchdehnung. Dies kann damit begründet werden, dass weitere Hydratationsprodukte in den verformten Zustand eingebaut werden. LAUBE konnte bei Verformungsgeschwindigkeiten $\dot{\epsilon} < 0,02$ [%/h] den Einfluss beobachten. Für den kritischen Zeitraum der Abkühlung ist dies jedoch nicht relevant.

3.4 Viskoelastisches Materialverhalten

3.4.1 Kriechen und Relaxation

Als Kriechen wird die zeitabhängige Zunahme der Verformungen unter konstanter Last bezeichnet. Auf den gleichen physikalischen Grundlagen wie das Kriechen beruht die Relaxation, unter der der Spannungsabfall bei konstanter Dehnung aufgefasst wird. In der Materialwissenschaft werden zeit- und lastabhängige Verformungen als viskoelastisch bezeichnet. Da die viskoelastischen Verformungen ein Vielfaches der elastischen betragen können, sind die Auswirkungen bei der Analyse von Betontragwerken angemessen zu berücksichtigen. Das viskoelastische Verhalten des Betons gehört zweifelsfrei zu den komplexesten Bereichen der Betontechnologie und trotz intensiver Forschung ist es bis heute nicht gelungen, eine allgemein anerkannte Theorie über die Kriechvorgänge zu entwickeln. Die vorhandenen Erkenntnisse beruhen auf der phänomenologischen Beschreibung von Kriech- oder Relaxationsexperimenten, anhand deren empirische Ansätze gefunden wurden, mit denen das Kriechverhalten beschrieben werden kann. Diese Ansätze ermöglichen eine hinreichend genaue Modellierung der beobachteten Phänomene. Der Anwender muss sich jedoch bewusst sein, dass auch wenn in den Ansätzen zahlreiche Parameter berücksichtigt werden können, sie letztendlich nur für das dem Versuch zugrundeliegende Parameterfeld genau sind. Auf diesen Umstand wird zum Beispiel im Eurocode hingewiesen, wenn für die Kriechvorhersage mit den angeführten Ansätzen ein Variationskoeffizient von 20 % angegeben wird. Für eine Kriechzahl $\varphi = 3,0$ bedeutet dies, dass die Fraktilwerte $\varphi_{5\%} = 2,0$ und $\varphi_{95\%} = 4,0$ betragen.

Auf der Materialeite wird das Kriechen primär durch den Zementstein geprägt, dessen Qualität und Quantität in dem Festbeton entscheidende Größen sind. Je poröser der Zementstein ist, desto größere Kriechverformungen stellen sich ein. Die wesentlichen äußeren Randbedingungen sind Lastgeschichte, Alter des Betons bei Belastung und Belastungsdauer, Temperatur und Feuchtigkeit.

Bei den Kriechexperimenten sind reversible und irreversible Verformungen zu beobachten. Die irreversiblen Verformungen, die den größeren Anteil ausmachen, werden als Fließen bezeichnet und die reversiblen als verzögert elastisch. Die irreversiblen Verformungen deuten auf eine Veränderung des Mikrogefüges hin, vergleichbar mit plastischen Verformungen, die jedoch nicht mit einer Zerstörung einhergehen, da anschließende Belastungsversuche zeigen, dass sich die Steifigkeit und Festigkeit des deformierten Körpers nicht verändert haben [99]. Der Einfluss der Feuchte führte dazu, das Kriechen in das Grundkriechen und das Trocknungskriechen zu unterscheiden. Das Grundkriechen wird an versiegelten Proben, bei denen kein Feuchteaustausch stattfindet, gemessen. Das Trocknungskriechen überlagert sich mit dem Schwinden des Zementsteins.

Durch die geringe Zementsteinporosität beim Hochleistungsbeton und die hohe Steifigkeit des Zementsteins wird die Größe der Kriechverformungen gegenüber dem normalfesten Beton erheblich reduziert. Die geringere Porosität erschwert Diffusionsprozesse, die die Größe und Merkmale des Kriechverlaufs bestimmen. SCHRAGE konnte in [86] nachweisen, dass mit zunehmendem Gehalt an Silicastaub und konstantem Gesamtbindemittelgehalt des Betons unter sonst gleichen Bedingungen die Kriechverformungen erheblich abnehmen. Die Reduzierung der Kriechverformungen ist verstärkt beim Trocknungskriechen festzustellen. Das Grundkriechen, das unabhängig von äußeren Einflüssen ist, nimmt nicht im selben Maße ab, so dass sein Anteil

an den Gesamtkriechverformungen größer wird.

3.4.2 Schwinden

Als *Schwinden* und *Quellen* werden im Betonbau lastunabhängige Verformungen bezeichnet, die auf einer Änderung des Wasserhaushalts beruhen [35]. Anhand der Ursachen und des Zeitpunktes der Änderung des Wasserhaushalts werden folgende Arten des Schwindens unterschieden:

- **Frühschwinden**
 Durch Verdunstung wird dem Frischbeton nach dem Einbau Wasser entzogen, so dass sich das oberflächennahe Volumen des Zementleims verringert und nach Überschreiten seines Verformungsvermögens aufreißt. Diesbezüglich ist gerade Hochleistungsbeton wegen seines geringen Wasserzementwerts besonders gefährdet [106]. Durch eine effektive und zügige Nachbehandlung können Risse vermieden werden. Aus dem Frühschwinden sind für die nachfolgenden Betrachtungen keine relevanten Zwangsspannungen zu berücksichtigen. Eventuell entstandene Risse können jedoch wegen der lokalen Querschnittschwächung Ausgangspunkte für spätere Risse darstellen. In der Literatur wird das Frühschwinden auch als *plastisches Schwinden* oder *Kapillarschwinden* bezeichnet.
- **Trocknungsschwinden**
 Als Trocknungsschwinden werden die Verformungen des Festbetons bezeichnet, die sich durch den Feuchteausgleich mit der Atmosphäre ergeben. Der Feuchtetransport beruht auf langsam ablaufenden Diffusionsprozessen, die von der Umgebungfeuchte und den Bauteilabmessungen abhängen. Der Feuchtegehalt steigt von der Oberfläche zum Kern an, so dass sich analog zu Temperaturfeldern im Bauteil unterschiedliche Verformungen und damit Eigenspannungen einstellen. Werden die resultierenden Verformungen eines Bauteils durch angrenzende Elemente behindert, können Trennrisse entstehen. Bei Spannbetonbauwerken müssen die Schwindverformungen bei der Bestimmung der effektiv vorhandenen Vorspannung berücksichtigt werden. Für die Beurteilung der Zwänge in jungem Beton ist das Trocknungsschwinden nicht relevant.

 Der wesentliche materialspezifische Parameter für das Schwinden ist die Struktur des Porensystems. Der Hochleistungsbeton hat auf Grund der beschriebenen Veränderungen beim Porensystem und dem daraus resultierenden höheren Diffusionswiderstand sowie dem geringeren Anteil an überschüssigem Wasser eine geringere Schwindneigung [86].
- **Chemisches Schwinden**
 Da die Hydratationsprodukte ein etwa 8% geringeres Volumen haben als die Ausgangsstoffe Zement und Wasser ist bei der Hydratation theoretisch eine Volumenabnahme zu beobachten. Dass dieses Phänomen bisher in der Praxis keine Bedeutung hat, wird damit begründet, dass die Zementkörner bei der Hydratation sehr schnell ein ausreichend steifes Gerüst bilden und Wasser aus größeren Poren entnommen wird, in denen ein ausreichender Spaltdruck verbleibt, der eine Kontraktion des Zementsteins behindert. Bei Wasserzementwerten $\leq 0,5$ vermindert sich der Spaltdruck und das Volumen kann sich zusammenziehen. Die Verformungen überlagern sich mit den Temperaturverformungen im jungen Beton. Daher muss das chemische Schwinden beim Hochleistungsbeton insbesondere in Bezug auf Zwangsspannungen beachtet werden.

- Carbonatisierungsschwinden

Durch die Carbonatisierung entsteht ein Schwindvorgang in den oberflächennahen Bereichen, der feine, unregelmäßige Risse verursachen kann, die das optische Erscheinungsbild und die Dauerhaftigkeit beeinträchtigen können. Da die Carbonatisierung ein Vorgang ist, der über einen längeren Zeitraum abläuft und da für den Hochleistungsbeton angenommen werden kann, dass die Carbonatisierung drastisch verlangsamt wird, kann das Carbonatisierungsschwinden in der vorliegenden Arbeit vernachlässigt werden.

3.4.3 Mathematische Beschreibung des viskoelastischen Verformungsverhaltens

Bei konstanten Spannungen gilt für die zeitabhängige Betonverzerrung $\epsilon_c(t)$

$$\epsilon_c(t, t_0) = \epsilon_{c,el}(t_0) \cdot [1 + \varphi(t, t_0)] + \epsilon_{cs}(t) + \epsilon_{cT}(t) \quad (3.17)$$

In der Verzerrung $\epsilon_{cT}(t)$ sind weitere lastunabhängige Verformungen, wie z.B. thermische Verformungen, zusammengefasst. Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ ist definiert als das Verhältnis der Kriechverzerrung zum Zeitpunkt t zur elastischen Verzerrung zum Zeitpunkt t_0

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\epsilon_{c\phi}(t, t_0)}{\epsilon_{c,el}(t_0)} \quad (3.18)$$

Unter der Voraussetzung, dass die kriecherzeugende Spannung kleiner $0,4 \cdot f_{cm}$ ist, wird angenommen, dass zwischen dem Kriechen und der Spannung ein linearer Zusammenhang besteht. Damit ist die Kriechzahl unabhängig vom Belastungsniveau.

Die Formulierung der Gl.3.17 über die Verzerrungen entspricht dem Charakter der Temperaturbeanspruchung. Gebräuchlicher ist der auf der Spannung aufbauende Ansatz

$$\epsilon_c(t, t_0) = \sigma(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] = \sigma(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (3.19)$$

Darin ist $J(t, t_0)$ die sogenannte *Nachgiebigkeitsfunktion* oder *Kriechfunktion*. Die Funktion beschreibt die gesamten Verformungen des Betons unter einer konstanten Last. Im Hinblick auf die Versuchsauswertung ist diese Betrachtungsweise vorteilhafter, da auf eine Differenzierung zwischen verschiedenen unbekanntem Verformungsanteilen verzichtet werden kann.

Bei veränderlichen Spannungen werden die Verzerrungen nach dem Superpositionsprinzip überlagert

$$\epsilon_c(t, t_0) = \sigma(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} J(t, \tau) d\tau + \epsilon_{cs}(t) + \epsilon_{cT}(t) \quad (3.20)$$

Für die Gleichung sind nun zwei Grenzfälle vorstellbar. Im ersten Fall liegt eine konstante Spannung an. Dies führt unmittelbar auf die Gl.3.19. Im zweiten Fall ist die Verzerrung $\epsilon_c(t, t_0)$ konstant, so dass ein Relaxationsproblem vorliegt, das geschlossen nicht lösbar ist. Zur Lösung sind

heute im Prinzip zwei Ansätze gebräuchlich. Für die eine Lösung werden die Spannungsänderungen in diskrete Spannungsstufen überführt und eine numerische Lösung angestrebt [78].

$$\epsilon_c(t, t_0) = \sigma(t_0) \cdot J(t, t_0) + \sum_{i=1}^n \Delta\sigma(t_i) \cdot J(t, t_i) + \epsilon_{cs}(t) + \epsilon_{cT}(t) \quad (3.21)$$

Die andere Lösung basiert auf den Ansatz von TROST, der die Integralgleichung in eine algebraische überführt [93]

$$\epsilon_c(t) = \frac{\sigma_{c0}}{E_{c0}} \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_{c0}}{E_c} \cdot [1 + \rho(t, t_0) \varphi(t, t_0)] + \epsilon_{cs}(t) + \epsilon_{cT}(t) \quad (3.22)$$

mit dem Relaxationskoeffizienten $\rho(t, t_0)$

$$\rho(t, t_0) = \frac{\int_{\tau=t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \varphi(t, \tau) d\tau}{[\sigma_c(t) - \sigma_{c0}] \varphi(t, \tau_0)} \quad (3.23)$$

Für einfache Relaxationsprobleme, ohne zusätzliche Verzerrungsänderungen, vereinfacht sich die Gl. 3.22 zu

$$\sigma_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot \left[1 - \frac{\varphi(t, \tau_0)}{1 + \rho(t, t_0) \varphi(t, \tau_0)} \right] \quad (3.24)$$

Für $\rho(t, t_0)$ kann vereinfacht 0,8 angenommen werden. Damit ist eine geschlossene Lösung des Relaxationsproblems mit geringem Aufwand möglich.

Bei veränderlichen Dehnungen, z.B. durch einen Temperaturverlauf, gleicht sich der Aufwand zwischen den beiden Lösungen an, wenn für das Kriechen und die Temperatur die gleichen Zeitinkremente genommen werden.

Bestimmung der Kriechzahl für den erhärteten Beton

Zur Bestimmung der Kriechzahl konkurrieren zwei unterschiedliche Ansätze, der Summationsansatz (Gl. 3.25) und der Produktansatz (Gl. 3.26). In den Normen der neueren Generation wird der Produktansatz bevorzugt, mit dem ein größeres Parameterspektrum berücksichtigt werden kann [107].

$$\varphi = \varphi_{f_0} \cdot (k_{f,t} - k_{f,t_0}) + 0,4 k_{v,(t-t_0)} \quad (3.25)$$

$$\varphi = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (3.26)$$

Auf die Vor- und Nachteile der beiden Ansätze, die in der Literatur ausgiebig diskutiert werden [66, 78], wird hier nicht weiter eingegangen, da sie für die eigenen Berechnungen weniger relevant sind. Die Angaben zur Bestimmung der Berechnungsparameter für Gl. 3.25 befinden sich in der DIN 4227 [24] und für den Produktansatz sind die Angaben im EC 2 [26] zu finden.

Um das geänderte Kriechverhalten des Hochleistungsbetons zu erfassen, hat MÜLLER den Ansatz 3.26 modifiziert [67]. Die Vorschläge haben Eingang in die technischen Regelwerke für den Hochleistungsbeton gefunden [27] [17]. Die Anpassungen führen zu reduzierten Vorhersagewerten für das Kriechen. Ob dies auch in vollem Umfang auf den jungen Hochleistungsbeton übertragbar ist, ist noch nicht erforscht. Er werden daher im Folgenden diese Anpassungen nicht berücksichtigt.

Im Eurocode wird der Temperaturbereich, in dem die Ansätze gelten, auf 10 °C bis 20 °C begrenzt. Für übliche Infrastrukturbauwerke kann das Temperaturspektrum für die mittlere Temperatur des Querschnitts als ausreichend angesehen werden. Für höhere Temperaturen werden im Model Code Faktoren für den Produktansatz vorgestellt [62].

Empirische Modelle für den jungen Beton

Ausgehend von der These, dass die großen Temperaturbelastungen im Inneren eines Querschnitts in unmittelbarem zeitlichen Zusammenhang mit der Erhärtung des Betons stehen, ist die Erfassung des Kriechens des erhärtenden Betons von Interesse. Da die Untersuchungen in dieser Arbeit sich nicht auf spezielle Mischungen beziehen, deren Eigenschaften in Experimenten verifiziert werden können, sind Kriechansätze erforderlich, die sich auf eine breite Erfahrungsbasis stützen. Diese Forderung erfüllen die in den Normen beschriebenen Ansätze. Untersuchungen an jungem Beton [55, 37] oder an Beton mit erhöhten Temperaturen [88] zeigen jedoch, dass die allgemeinen Ansätze diese Einflüsse nicht adäquat abbilden, was nicht in Widerspruch zu den dortigen Angaben steht.

Auf der Basis von Veröffentlichungen zum viskoelastischen Verhalten des jungen Betons und rechnerischen Abschätzungen gilt es zu überprüfen, welchen Einfluss das veränderte Verformungsverhalten für die Rissgefährdung hat und in welcher Form es für die rechnerische Abschätzung berücksichtigt werden muss.

LAUBE führte Zugkriech- und -relaxationsversuche durch und erstellte empirische Ansätze für die Kriechzahl

$$\varphi(t, t_i) = P_1(\alpha_i) \left(\frac{t - t_i}{t_k} \right)^{P_2(\alpha_i)} \quad (3.27)$$

und die Relaxationszahl

$$\psi(t, t_i) = \exp \left[-P_1(\alpha_i) \left(\frac{t - t_i}{t_k} \right)^{P_2(\alpha_i)} \right]. \quad (3.28)$$

Der Ausdruck im Zähler des Bruchs beschreibt die Belastungsdauer in Stunden. Die Materialparameter P_1 und P_2 sind als Funktion des Hydratationsgrads bei Belastungsbeginn formuliert.

$$P_1(\alpha_i) = 0,34 - 0,37 \cdot \alpha \quad (3.29)$$

$$P_2(\alpha_i) = 0,55 - 0,48 \cdot \alpha \quad (3.30)$$

In [55] werden mit den Ansätzen Kriech- und Relaxationsexperimente mit 100 h Belastungsdauer sehr genau nachgerechnet.

Den Ansatz 3.27 greift GUTSCH auf, modifiziert jedoch aufgrund eigener Versuchsergebnisse die Ansätze für die Materialparameter

$$P_1(\alpha_i) = 0,3316 - 0,2909 \cdot \alpha \quad (3.31)$$

$$P_2(\alpha_i) = 0,2614 + 0,1475 \cdot \alpha \quad (3.32)$$

Für die Relaxationszahl wählt GUTSCH folgenden Ansatz

$$\Psi(t, t_i) = \frac{1}{P_1(\alpha_i) \left(\frac{t-t_i}{t_k} \right)^{P_2(\alpha_i)}} \quad (3.33)$$

Für die Materialparameter wählt er einen geringfügig geänderten linearen Ansatz, in dem implizit der Alterungsfaktor ρ nach TROST berücksichtigt ist. In [37] werden einzelne Versuche mit diesen Ansätzen mit hoher Genauigkeit nachgerechnet, es fehlt jedoch die Verifizierung an unterschiedlichen Mischungen, um eine Allgemeingültigkeit festlegen zu können.

Für die Beurteilung der Rissgefahr der Bauteile ist zu entscheiden, welche Modelle für das Kriechverhalten sinnvoll angewendet werden können. Hierzu werden die beiden vorgestellten Ansätze mit den allgemeinen Ansätzen nach Gl. 3.26 verglichen und an einfachen Modellen für ein Bauteil verifiziert.

Da angenommen werden kann, dass in dem jungen Beton vorrangig das Grundkriechen bedeutend ist, wird in dem allgemeinen Ansatz eine Luftfeuchtigkeit von $RH = 100\%$ angesetzt. Die Transformation zwischen dem wirksamen Alter t_0 in Gl. 3.26 und dem Hydratationsgrad α bei Belastungsbeginn erfolgt mit dem in [37] gewählten geringfügig modifizierten Ansatz nach JONASSON [45]

$$\alpha(t_0) = \exp \left(- \left[\ln \left(1 + \frac{t_e}{t_{k,j}} \right) \right]^{c_{1,j}} \right) \quad (3.34)$$

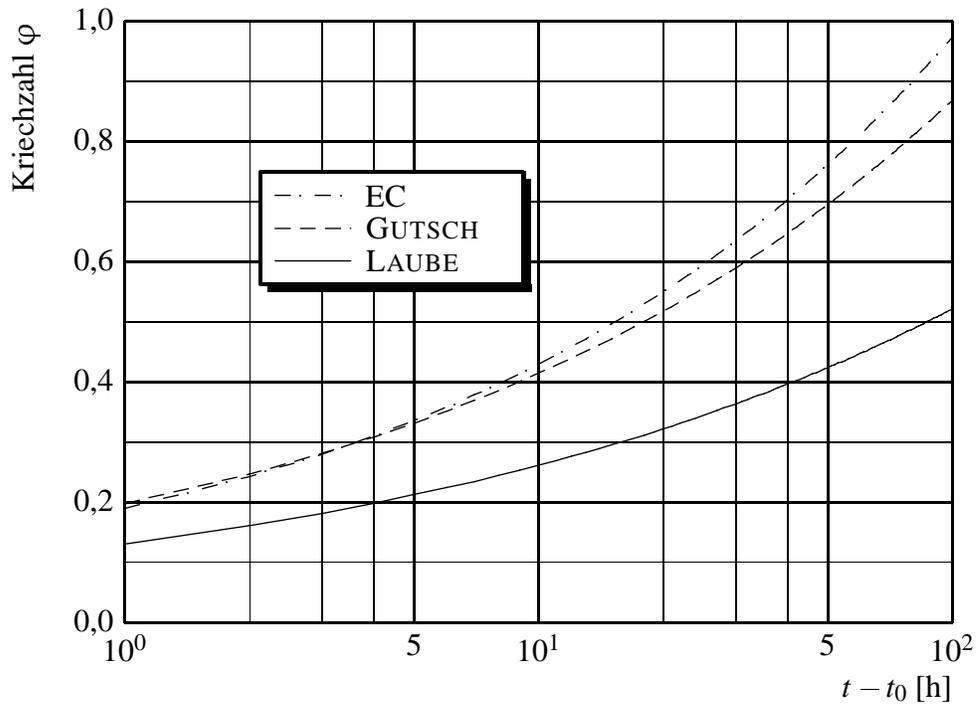
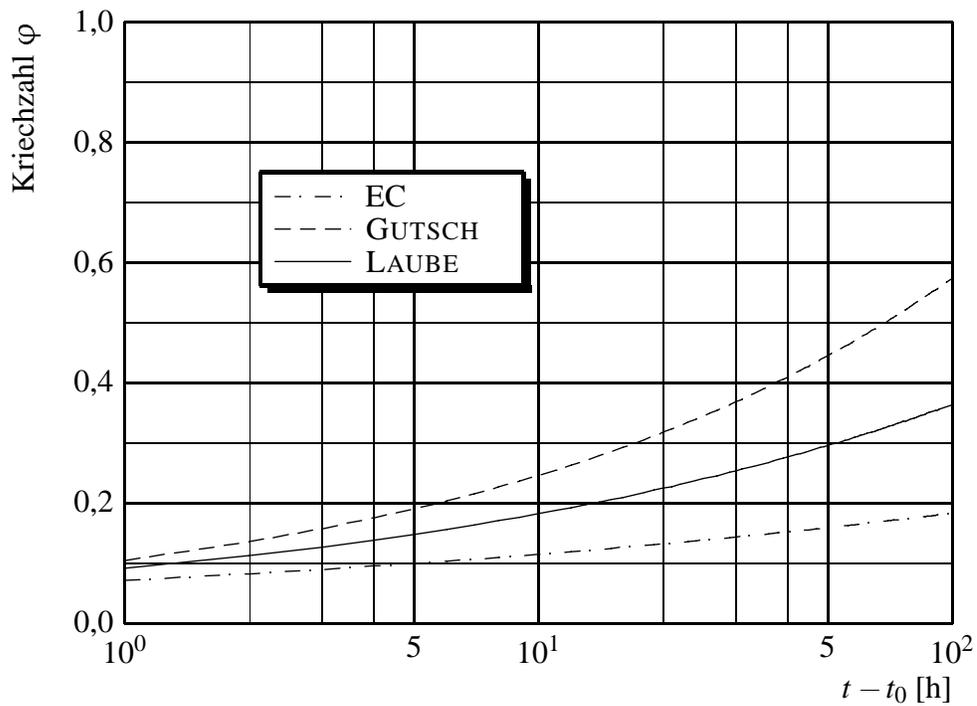
mit

$$t_{k,j} = 12,055$$

$$c_{c,j} = -1,135$$

In Bild 3.6 und 3.7 ist der zeitliche Verlauf der Kriechzahlen gemäß den Ansätzen von LAUBE, GUTSCH und EC für zwei verschiedene Belastungsalter gegenübergestellt. Für den Beton, der mit $t_e = 1$ d belastet wird, sind die Kriechzahlen nach den Ansätzen von LAUBE und GUTSCH höher als die normativen Festlegungen. Jedoch bei einem Belastungsalter $t_e = 7$ d liegt der Ansatz von LAUBE schon unterhalb des normativen. Dies ist auf die Gestalt des Exponenten zurückzuführen, der mit steigendem Hydratationsgrad sehr klein wird und bei $\alpha = 0,92$ das Vorzeichen wechselt. Der Ansatz von GUTSCH prognostiziert weiterhin größere Verformungen als der normative Ansatz.

Für die Bestimmung der Zwangsspannungen ist die Relaxation bedeutend. In Bild 3.8 wird der Verlauf der Relaxationszahl mit den Ansätzen nach GUTSCH, LAUBE und des Eurocodes

Bild 3.6: Kriechzahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 1$ dBild 3.7: Kriechzahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 7$ d

verglichen. Für den Eurocode werden die Beziehungen durch die inkrementelle Lösung des Superpositionsprinzips und der algebraischen Lösung nach TROST ausgewertet. Die Verhältnisse, die bei den Kriechzahlen beobachtet werden konnten, spiegeln sich auch hier wieder. Beim jungen Belastungsalter sind die Relaxationsverluste mit dem Ansatz nach LAUBE am höchsten und im höheren Alter am geringsten. Die beiden anderen Ansätze liegen nicht soweit auseinander wie die Kriechzahlen.

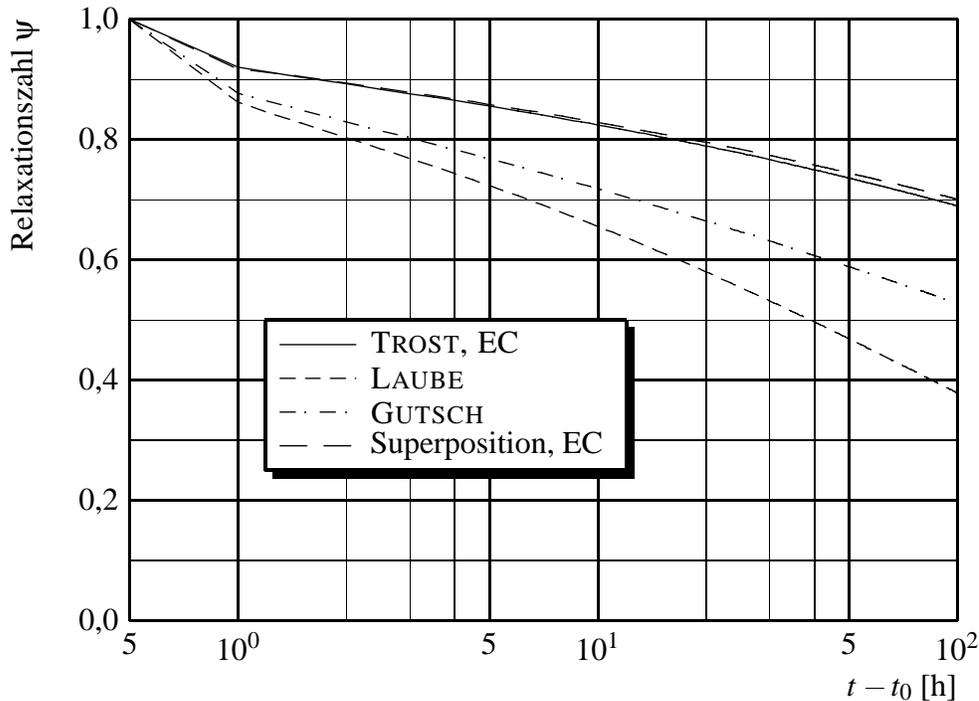


Bild 3.8: Relaxationszahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 1$ d

Um zu untersuchen, welche Auswirkungen die unterschiedlichen Ansätze auf die Berechnung eines Bauteils haben, werden zwei Modelle untersucht. Das erste Modell entspricht dem Reißrahmenversuch. In Bild 3.10 ist die Temperaturkurve und die zeitliche Entwicklung des E -Moduls dargestellt. Als zusätzliche Information wird die Spannung ohne den Kriecheinfluss berechnet. In Bild 3.11 ist der Spannungsverlauf für diese Fiktion dargestellt. Die Ansätze nach LAUBE und GUTSCH weisen für den Druckbereich geringere Druckspannungen aus als die normativen Ansätze und der Ansatz ohne Kriechen. Da die Druckspannungen aufgrund des veränderlichen E -Moduls nicht sehr groß sind, sind die Unterschiede betragsmäßig sehr klein. Für den abkühlenden Ast verlaufen die Ansätze nach GUTSCH und die beiden Auswertungen der normativen Regelung annähernd gleich. Nur der Ansatz nach LAUBE weist höhere Zugspannungen auf, die auf die geringen Kriechverformungen für das höhere Belastungsalter zurückzuführen sind. Grundsätzlich kann die elastische Lösung ohne Kriechansatz als obere Grenze angesehen werden. Dies ist für Sicherheitsbetrachtungen relevant. Ein weiteres rechnerisches Experiment betrachtet die Entwicklung der Eigenspannungen. Hierzu wird über einen Querschnitt ein parabolischer Temperaturverlauf angenommen. Die Temperaturen im Kern und am Rand sind im Bild 3.12 dargestellt. In Bild 3.13 ist der Verlauf der Randspannungen für die unterschiedlichen mathematischen Modelle dargestellt. Es zeigen sich im Prinzip ähnliche Verhältnisse wie in dem zuvor behandelten Fall, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen. Im Fall des zentrisch gezogenen Stabes wurden die Spannungen durch die Relaxation positiv beeinflusst und hier negativ, da die

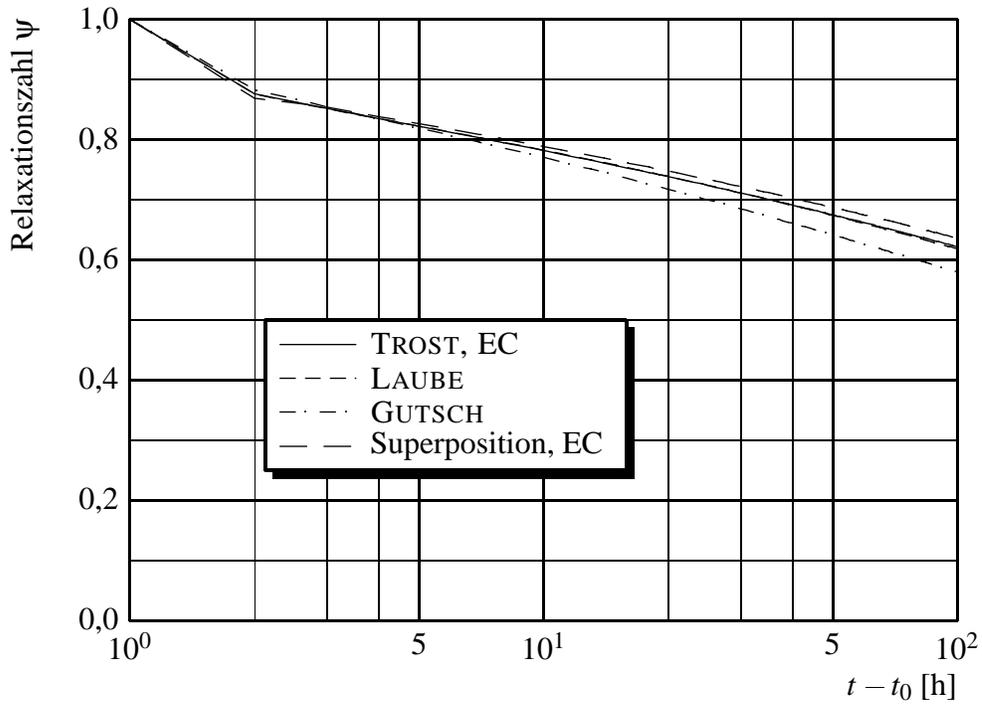


Bild 3.9: Relaxationszahlen mit verschiedenen Ansätzen bei einem Belastungsalter $t_e = 2$ d

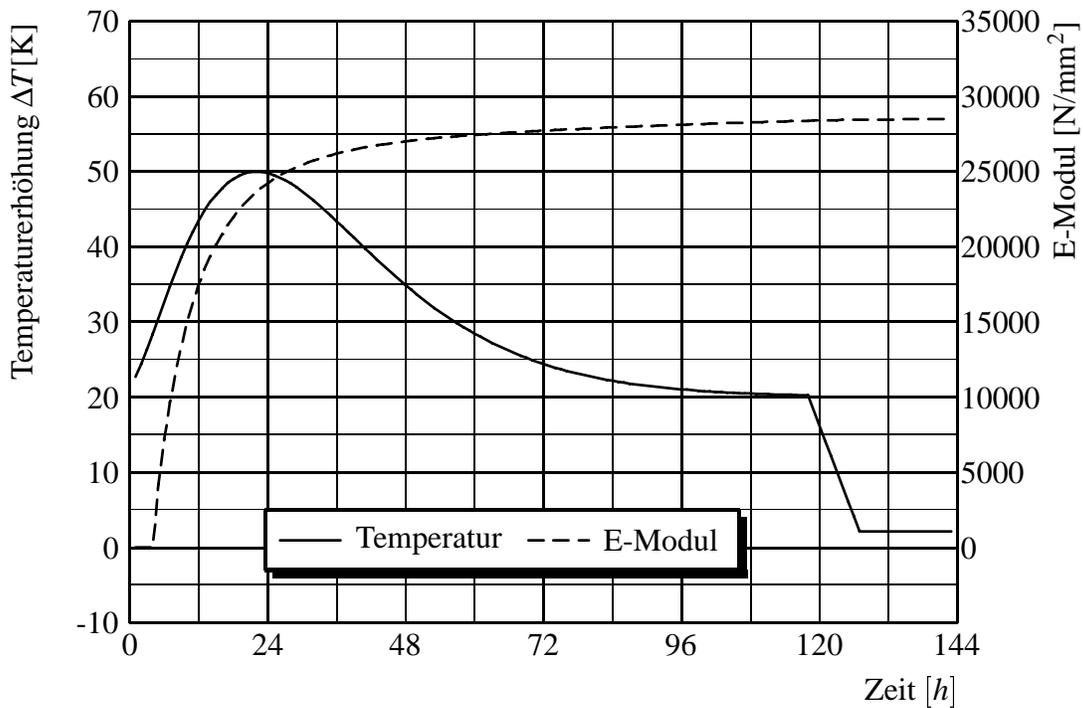


Bild 3.10: Temperaturkurve und zeitlicher Verlauf für das rechnerische Experiment „Reißrahmen“

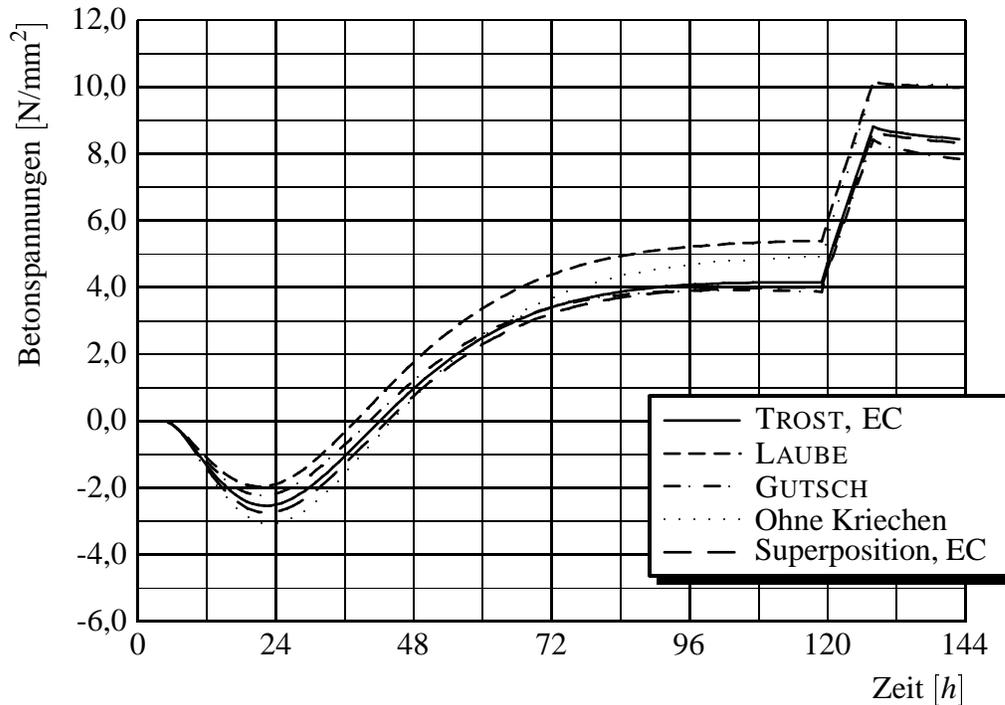


Bild 3.11: Spannungsverläufe für das rechnerische Experiment „Reißrahmen“

Druckspannungsreserve abgemindert wird. Die Lösung ohne Kriechansatz ist in dem Fall keine obere Grenze. Dies könnte eher durch eine Berechnung mit konstantem E -Modul erzielt werden. Bezüglich der Kriechansätze zeigt sich auch, dass hier die rechnerischen Ergebnisse nicht sehr divergieren. Als Fazit der rechnerischen Studie lässt sich schließen, dass durch die normativen Regelungen die viskoelastischen Verhältnisse in gleicher Qualität erfasst werden können wie durch spezielle Ansätze. Aufgrund der größeren Erfahrungsbasis sollten diese aus Sicht des Verfassers für rechnerische Untersuchungen bevorzugt werden.

3.5 Thermische Werkstoffeigenschaften

3.6 Wärmeleitzahl

Die Wärmeleitzahl λ des Betons variiert in Abhängigkeit der Feuchte des Betons, der Temperatur, der Mischungszusammensetzung und der Dichte zwischen

$$1,2 \leq \lambda \leq 3,5 \quad [\text{W}/(\text{m K})] \quad (3.35)$$

Für die Abschätzung der Wärmeleitzahl eines erhärteten Betons kann diese aus der Mischungszusammensetzung berechnet werden [71].

$$\lambda_c = \lambda_{cem} \cdot g_{cem} + \lambda_w \cdot g_w + \lambda_{agg} \cdot g_{agg} \quad (3.36)$$

mit

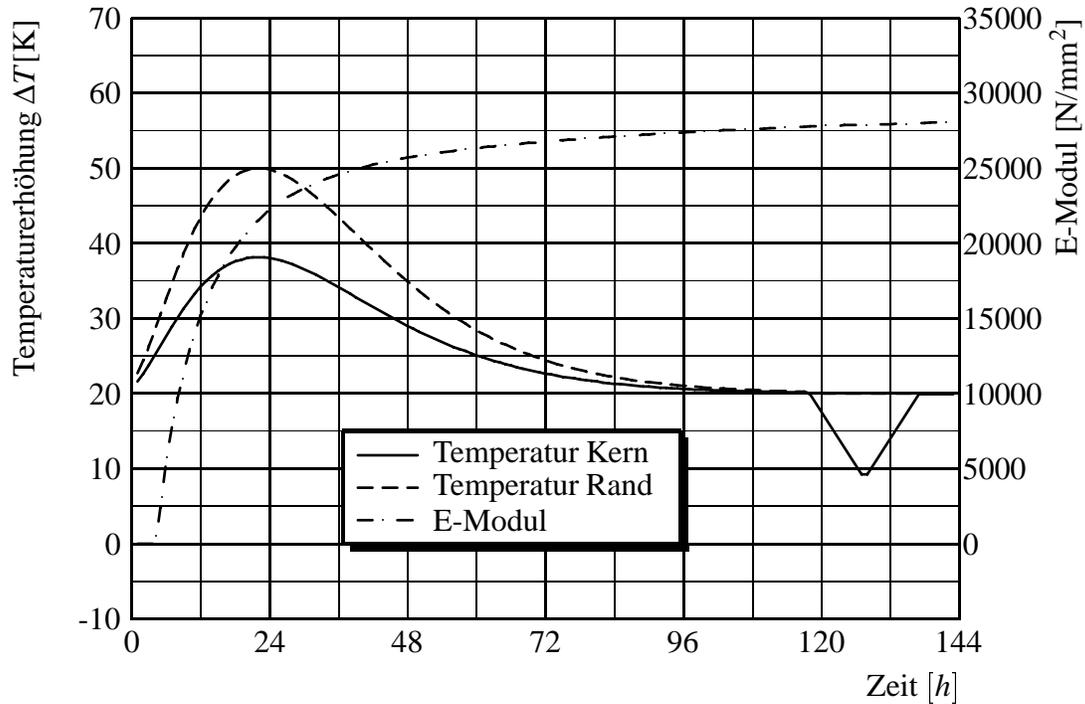


Bild 3.12: Temperaturkurven und zeitliche Entwicklung für das rechnerische Experiment „Eigenspannungen“

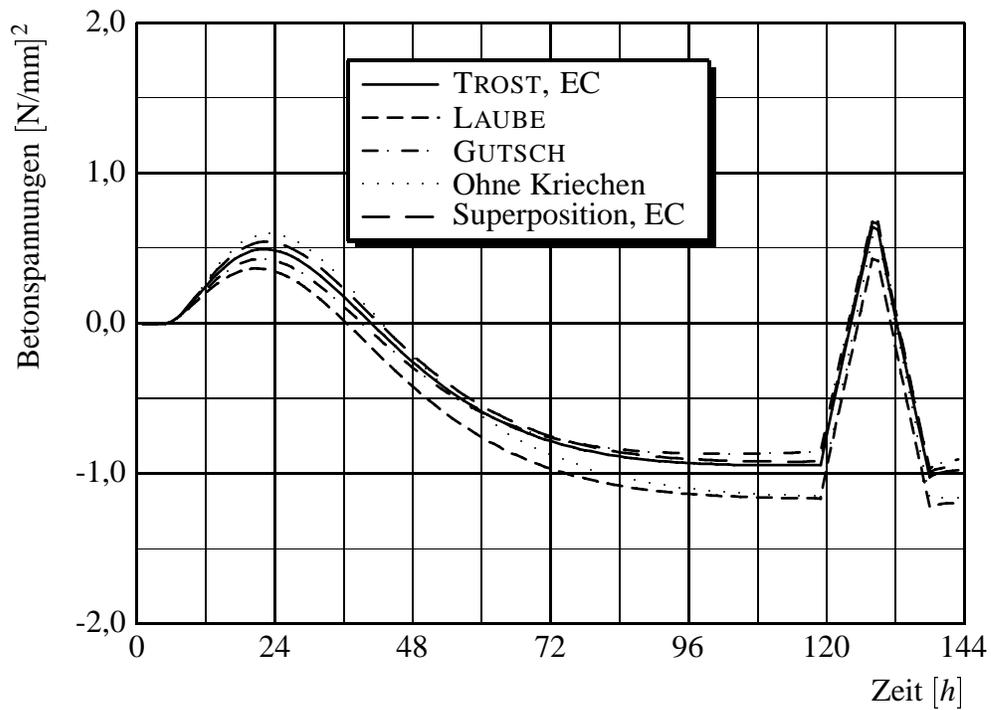


Bild 3.13: Randspannungsverlauf beim rechnerischen Experiment „Eigenspannungen“

g_{cem}, g_w, g_{agg} Massenanteile von Zement, Wasser und Zuschlag

$\lambda_{cem} = 1,23$ [W/ (m K)] Leitfähigkeit des Zementes

$\lambda_w = 0,60$ [W/ (m K)] Leitfähigkeit des Wassers

$\lambda_{agg} = 1,90 - 4,0$ [W/ (m K)] Leitfähigkeit des Zuschlags nach Tabelle 3.1

Tabelle 3.1: Wärmeleit Zahlen für unterschiedliche Zuschläge

Zuschlagsart	Wärmeleitfähigkeit
Kalkstein	2,6 - 4,0
Granit	2,6 - 3,0
Basalt	1,9 - 2,2

HAMFLER [38] weist nach, dass der Einfluss unterschiedlicher Annahmen für die Wärmeleitfähigkeit auf die Temperaturen im jungen Beton gering ist. Für die eigenen Berechnungen wird die Wärmeleitfähigkeit mit dem Ansatz nach Gl. 3.36 bestimmt. Für die Zuschläge werden mittlere Werte angenommen.

3.7 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität von Beton mit Normalzuschlägen beträgt [71]

$$0,85 \leq c_c \leq 1,15 \quad [\text{KJ}/(\text{kg K})] \quad (3.37)$$

Im jungen Beton liegen die Werte wegen des hohen Wassergehaltes an der oberen Grenze. Analog zur Wärmeleitfähigkeit kann auch die Wärmekapazität aus der Mischungszusammensetzung bestimmt werden. Für die eigenen Berechnungen wird ein hydrationsgradabhängiger Ansatz gewählt

$$c_c = c_{agg} \cdot g_{agg} + 1,4 \cdot \alpha \cdot c_{cempaste} \cdot g_{cem} + (1 - \alpha) \cdot c_{cem} \cdot g_{cem} + (g_w - 0,4 \cdot \alpha \cdot g_{cem}) \cdot c_w \quad (3.38)$$

mit

g_{cem}, g_w, g_{agg} Massenanteile von Zement, Wasser und Zuschlag

$c_{cem} = 0,84$ [KJ/ (kg K)] Wärmekapazität des Zements

$c_{cempaste} = 0,96$ [KJ/ (kg K)] Wärmekapazität des Zementsteins

$c_w = 4,2$ [KJ/ (kg K)] Wärmekapazität des Wassers

$c_{agg} = 0,7-0,9$ [KJ/ (kg K)] Wärmekapazität der Zuschläge

α Hydratationsgrad

Den Wert für den Zementstein hat WARNCKE in [95] veröffentlicht. Mit der gewählten Formulierung wird berücksichtigt, dass beim Hochleistungsbeton ein Teil des Zements unhydratisiert im Beton verbleibt. In [84] sind weitere Ansätze zu finden. HAMFLER führt aus, dass die Wärmekapazität nur einen geringen Einfluss auf die Temperaturberechnung hat. Dies ist jedoch nur richtig, wenn den Temperaturberechnungen adiabatische Versuche zugrundegelegt werden und für die Versuchsauswertung und die Nachrechnung die gleichen Werte für die Wärmekapazität eingesetzt werden [38]. Werden für die Temperaturberechnungen kinematische Modelle verwendet, werden insbesondere bei massigen Bauteilen die Temperaturen beeinflusst.

3.8 Wärmedehnzahl

Die Wärmedehnzahl des Betons ist genauso materialabhängig wie die Wärmeleitfähigkeit und die Wärmekapazität. Auf die Temperaturberechnung hat sie keinen Einfluss, sondern auf die Spannungen im Bauteil. Da die Temperaturberechnung und die Berechnung der Verschiebungsfelder in der eigenen Umsetzung nicht gekoppelt sind, können Variationen der Wärmedehnzahl bei der Spannungsermittlung berücksichtigt werden. Der Rechenwert kann mit $\alpha_t = 10 \cdot 10^{-6} [1/K]$ angesetzt werden [27]. Weitere Hinweise zur Wärmedehnzahl gibt PLANNERER [71].

Kapitel 4

Berechnung der Temperaturfelder

4.1 Temperatur, Wärme und Wärmetransport

Die Temperatur ist eine physikalische Zustandsgröße, die festlegt, ob ein Körper wärmer oder kälter als ein anderer ist. Sie wird in der SI-Einheit *Kelvin* gemessen. Ein Kelvin ist definiert als der hundertste Teil der Temperaturdifferenz zwischen dem Schmelzpunkt des Eises und dem Siedepunkt des Wassers. Um die Temperatur von Körpern vergleichen zu können, haben sich verschiedene Temperaturskalen etabliert. Die für diese Arbeit relevanten Temperaturskalen sind die *Celsiuskala* und die *Kelvinskala*. Die beiden Skalen unterscheiden sich nur in der Normierung ihres Nullpunktes, nicht aber in der Definition der Einheiten Kelvin [K] und Celsius [°C]. Bei der Celsiuskala ist der Nullpunkt auf den Schmelzpunkt des Eises normiert. Sie wird im Folgenden verwendet zur Beschreibung von Ein- und Ausgabedaten der Berechnung, wie Lufttemperatur, Frischbetontemperatur oder Bauteiltemperatur. Der Nullpunkt der Kelvinskala ist auf die absolute Nulltemperatur festgelegt. Als absolute Nulltemperatur wird in der Wärmelehre der Zustand einer Materie bezeichnet, bei dem ihre Moleküle ruhen. Er ist für alle Stoffe gleich. Nach der kinetischen Wärmetheorie ist die absolute Temperatur zur mittleren kinetischen Energie der Moleküle proportional (BROWNSche Molekularbewegung). Zur Umrechnung zwischen Celsius und Kelvin dient folgende Transformationsvorschrift:

$$T [\text{K}] = T [^{\circ}\text{C}] + 273,15 \quad (4.1)$$

Für die Wärmeberechnung sind prinzipiell nur Temperaturdifferenzen relevant, so dass die Temperaturskalen bedeutungslos sind. Da jedoch physikalische Gesetze, die die Temperaturabhängigkeit einiger Parameter beschreiben, sich auf die absolute Temperatur beziehen, ist es ratsam, mit der absoluten Temperatur zu rechnen.

Befinden sich Körper mit unterschiedlichen Temperaturen, sprich Energieniveaus, in einem thermischen System, so setzt ein Prozess ein, der zum Ausgleich der Energieniveaus führt. Die Prozessgröße, die die Zustandsänderung hervorruft, wird als *Wärme* bezeichnet. Die Vorgänge, mit denen der Wärmetransport zwischen den Körpern geschieht, werden unterschieden in

- Wärmeleitung
- Konvektion oder Wärmeströmung

- Wärmestrahlung.

4.1.1 Wärmeleitung

Erfolgt der Wärmetransport innerhalb einer Materie, ohne dass makroskopisch betrachtet eine Teilchenbewegung stattfindet, wird der Vorgang als Wärmeleitung bezeichnet. Da Temperaturunterschiede in dem Körper vorausgesetzt werden müssen, kann jedem Punkt im Körper eine Temperatur zugeordnet werden. Mit den Formulierungen der Vektoranalysis kann die Temperaturverteilung als Skalarfeld $\vartheta(x,y,z,t)$ im kartesischen Koordinatensystem beschrieben werden. Flächen im Raum mit konstanter Temperatur werden als Niveaulächen bezeichnet. Die Ableitung des Skalarfeldes im Punkt (x_0, y_0, z_0) in Richtung des Normalenvektors auf der Niveauläche ergibt den Gradienten. Nach dem FOURIERSchen Wärmeleitungsgesetz besteht eine Proportionalität zwischen der Wärmestromdichte q und dem Temperaturgradienten $\nabla\vartheta$.

$$-\mathbf{q} = \lambda \nabla \vartheta \quad (4.2)$$

mit:

λ Wärmeleitfähigkeit

und dem Temperaturgradienten

$$\nabla \vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (4.3)$$

4.1.2 Konvektion oder Wärmeströmung

Konvektion bezeichnet den Wärmetransport in einer strömenden Flüssigkeit oder einem Gas. Als freie Konvektion wird der Transportvorgang bezeichnet, wenn die Bewegung des Mediums auf Temperatur- und somit Dichteunterschiede beruht, und als erzwungene, wenn das Medium durch andere Einwirkungen – Wind, Pumpen, etc. – bewegt wird. An der Begrenzungsfläche eines festen Körpers zu einem Gas oder Fluid findet ein Wärmetransport statt, der sich in dem umgebenden Medium durch Konvektion fortsetzt. Dieser Vorgang wird als Wärmeübergang bezeichnet. Aufgrund zahlreicher Einflussgrößen ist eine physikalisch genaue Abbildung sehr aufwendig. Daher wird bei technischen Fragestellungen der Wärmeübergang vereinfacht mit dem NEWTONSchen Abkühlungsgesetz beschrieben, welches besagt, dass die Wärmestromdichte, die senkrecht zur Oberfläche p_n strömt, proportional zur Differenz zwischen der Temperatur der Oberfläche ϑ_O und der des umgebenden Mediums ϑ_L ist.

$$q_n = \alpha (\vartheta_L - \vartheta_O) \quad (4.4)$$

Die Wärmeübergangszahl α ist abhängig von den physikalischen Eigenschaften und dem Zustand des strömenden Mediums, der Beschaffenheit und Orientierung der Oberfläche des Körpers sowie dem Temperaturunterschied zwischen dem Körper und dem umgebenden Medium.

4.1.3 Wärmestrahlung

Zwischen Körpern ohne stoffliche Verbindung findet ein Wärmetransport mittels elektromagnetischer Wellen statt. Alle Körper senden in Abhängigkeit ihrer absoluten Temperatur elektromagnetische Wellen in einem Wellenspektrum von $0,02$ bis $800 \mu\text{m}$ aus, die sich geradlinig fortpflanzen. Die Abhängigkeit der Wärmestromdichte q – aufsummiert über alle Wellenlängen – von der Temperatur wird durch das STEFAN–BOLTZMANN–Gesetz beschrieben [2].

$$q = \sigma T^4 \quad (4.5)$$

mit

σ Stefan–Boltzmann–Konstante ($5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$).

Auf einen Körper auftreffende Strahlen werden teilweise absorbiert, reflektiert oder durchgelassen. Ein Körper, der die gesamte auffallende Strahlung absorbiert, wird als schwarzer Körper und ein Körper, der die ganze Strahlung reflektiert, als weißer Körper bezeichnet. Ein grauer Körper hat die gleiche Strahlungscharakteristik wie ein schwarzer Körper, er absorbiert jedoch nur einen Teil der Strahlungen. Zur Ermittlung der Strahlungsleistung eines solchen Körpers wird in Gl. 4.5 ein Faktor für den Absorptionsgrad ϵ aufgenommen. Nach dem KIRCHHOFFSchen Strahlungsgesetz entsprechen sich Emissionsgrad und Absorptionsgrad. Für einen grauen Strahler lautet Gl. 4.5 somit

$$q = \epsilon \sigma T^4. \quad (4.6)$$

Bei der Beschreibung der Einwirkung der Strahlungen auf ein Bauteil wird zwischen kurz- und langwelligen Strahlungen unterschieden. Für die Sonne mit einer Oberflächentemperatur von 6000 K ist die nach dem WIENSchen Verschiebungsgesetz (Gl. 4.7) am intensivsten ausgestrahlte Wellenlänge $0,5 \mu\text{m}$.

$$\lambda_{max} = \frac{\alpha}{T} \quad (4.7)$$

mit

$$\alpha = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}.$$

Dieser Wert fällt in das Spektrum des sichtbaren Lichts. Für einen Körper mit einer Temperatur von 300 K hingegen ergibt sich eine Wellenlänge von $9,7 \mu\text{m}$. Diese Wellenlänge, die sich außerhalb des Spektrums des sichtbaren Lichts befindet, wird als Infrarotstrahlung bezeichnet.

4.2 Mathematische Modellierung

Ist das Temperaturfeld unabhängig von der Zeit, liegt eine stationäre Wärmeleitung vor. Diese kann angenommen werden bei einem Wärmefluss zwischen zwei Medien, bei dem sich der Zustand der beiden Medien in dem Betrachtungszeitraum nicht ändert. Dieser Fall wird angetroffen

bei der Berechnung der Wärmeverluste für Räume. Ändert sich mit der Zeit das Temperaturfeld, so liegt eine instationäre Wärmeleitung vor. Die allgemeine mathematische Beschreibung führt auf eine partielle Differentialgleichung der parabolischen Klasse [2].

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a^2 \Delta \vartheta + \frac{\dot{Q}}{c\rho} \quad (4.8)$$

Für eine geschlossene Lösung sind lineare Randbedingungen erforderlich. Da dies durch die Temperatur- und Zeitabhängigkeit der inneren Wärmequelle \dot{Q} und die Temperaturabhängigkeit der Übergangskoeffizienten bei der Berechnung der Temperaturbelastung junger Bauteile nicht gegeben ist, sind numerische Verfahren notwendig. Neben Differenzenverfahren [57, 101] wird heute die Methode der finiten Elemente angewendet.

Die Methode der finiten Elemente ist dem konstruktiven Ingenieur insbesondere durch die Anwendung bei der Spannungsberechnung vertraut. Die Tabelle 4.1 zeigt die Analogie zwischen der Wärmeberechnung und der Strukturberechnung auf. Zur Lösung der Differentialgleichung

Tabelle 4.1: Analogie zwischen Wärmeberechnung und Spannungsberechnung

Wärmeberechnung	Spannungsberechnung
Temperatur ϑ (Skalar)	Verformungen \mathbf{u} (Vektor)
FOURIERSche Wärmeleitungsgesetz	Materialgesetz
Wärmefluss (Skalar)	Kräfte (Vektor)
Konvektiver Wärmeübergang	Feder
Strahlungswärme	nichtlineare Feder
Wärmeflussdichte	Spannungen
instationär	dynamisch
Wärmekapazität	Masse
stationär	statisch

sind Anfangs- und Randbedingungen erforderlich. Die Anfangsbedingungen sind durch die Vorgabe eines Temperaturfeldes zu Beginn der Berechnung gegeben. Bei den Randbedingungen wird folgende Unterscheidung getroffen:

1. DIRICHLET Randbedingung (Temperaturbedingung)

Auf der Oberfläche O ist die Zustandsgröße ϑ vorgeschrieben:

$$\vartheta|_O = \vartheta(t) \quad (4.9)$$

Diese Randbedingung hat bei den folgenden Untersuchungen keine Bedeutung.

2. Inhomogene NEUMANN Randbedingung (Wärmestrombedingung)

Auf der Oberfläche O ist eine Wärmestromdichte p_n senkrecht zur Oberfläche vorgeschrieben

$$q_n = \lambda \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right|_O \quad (4.10)$$

Mit dieser Randbedingung wird der Wärmefluss infolge der kurzwelligen Strahlung erfasst.

3. ROBIN oder ROBIN–NEUMANN Randbedingung (Konvektions– und Strahlungsrandbedingung)

Diese Randbedingung beschreibt den Wärmefluss p_n proportional zur Temperaturdifferenz an der Oberfläche O .

$$p_n^K = \alpha (\vartheta_L - \vartheta_O) \quad (4.11)$$

Für die Strahlungsrandbedingung wird die Gleichung

$$q_n^S = \sigma (\vartheta_L^4 - \vartheta_O^4) \quad (4.12)$$

quasi linearisiert, indem ein Koeffizient κ eingeführt wird, der in der Literatur als Strahlungs–Wärmeübergangskoeffizient bezeichnet wird [46].

$$\kappa = \sigma (\vartheta_L^2 + \vartheta_O^2) (\vartheta_L + \vartheta_O) \quad (4.13)$$

Damit können in den Iterationsschritten die Konvektionsrandbedingung und die Strahlungsrandbedingung gleich behandelt werden.

$$q_n^S = \kappa (\vartheta_L - \vartheta_O) \quad (4.14)$$

In der Berechnung der Temperaturfelder ist die Wärmequelle infolge der Hydratation zu erfassen. Die Berechnung der Hydratationswärmeentwicklung und die Temperaturfelder sind gekoppelt, da die Hydratation von der Umgebungstemperatur abhängt. Auf der Basis thermodynamischer Zusammenhänge leitet HUCKFELDT [43] eine volle Koppelung zwischen der Verschiebungsrechnung und der Wärmeberechnung ab. Die Beeinflussung der Temperaturentwicklung durch die inneren Kräfte ist jedoch vernachlässigbar. HAMFLER [38] stellt ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem zwischen der Wärme– und der Feuchteberechnung auf. Der Feuchtetransport verläuft jedoch langsamer, so dass dies in den eigenen Berechnungen nicht berücksichtigt wird.

4.2.1 Umsetzung des eigenen Lösungsverfahrens

Zur Berechnung der Temperaturfelder hat der Verfasser ein EDV–Programm auf der Basis der Methode der finiten Elemente entwickelt. Ein bedeutender Vorteil dieser Methode ist die hohe geometrische Anpassungsfähigkeit, die sich bei der Verwendung so genannter *isoparametrischer* Elemente (vgl. Bild 4.1) bietet. Es stellt sich natürlich die Frage nach der Berechtigung einer eigenen Entwicklung angesichts der Verfügbarkeit leistungsfähiger Programme. Motivation zu diesem Schritt war die Idee, eine variable Plattform zur Integration klimatischer und materialspezifischer Parameter zu schaffen. Am Beispiel der Sonnenstrahlung lässt sich dies konkretisieren. Die Sonnenbestrahlung einer Oberfläche wird in der Wärmeberechnung durch einen Wärmestrom in Richtung der Normalen der Oberfläche berücksichtigt. Bei üblichen Programmen muss daher als entsprechende Randbedingung der numerische Wert für den Wärmefluss angegeben werden. Dieser lässt sich aus dem Sonnenstand, der Globalstrahlung und der Orientierung der Oberfläche bestimmen. Für den nächsten Zeitschritt muss die Berechnung dann wiederholt werden. Grundsätzlich besteht bei vielen Programmen die Möglichkeit über Schnittstellen Algorithmen einzubinden, mit denen die notwendigen Nebenrechnungen durchgeführt

werden können. Für diese Berechnungen ist es wiederum erforderlich, dass auch das Hauptprogramm Informationen zur Verfügung stellt, in diesem Fall die Orientierung des Randes im Raum sowie ein Zeitmaß. Ersteres ist bei der geplanten Modellierung der Problemstellung als zweidimensionale Scheibe nicht ohne weitere Zusatzinformationen möglich. Auch bei der Anwendung vorhandener Programme müssen also Module programmiert werden, die denen gleichen, die im eigenen Programm eingebaut sind. Für die Bearbeitung der Aufgabenstellung galt es also abzuschätzen, ob die Einarbeitung in eine vorhandene Struktur und die damit erforderliche Anpassung oder die Erstellung eines neuen Lösungskerns der geringere Aufwand war. Hier fiel die Entscheidung zu Gunsten einer eigenen Entwicklung, da so insgesamt größere Freiräume vorhanden sind. Grundsätzlich ist zu sehen, dass das Programm auf die sehr spezielle Aufgabenstellung zugeschnitten ist.

Grundlagen zur Umsetzung des Lösungsansatzes finden sich zahlreich in der Literatur. Die Entwicklung des Programmes orientierte sich insbesondere an den Ausführungen in [3] und [102]. Da die Finite-Element-Methode heute Stand der Technik ist, kann auf eine detaillierte Beschreibung der Grundlagen verzichtet werden.

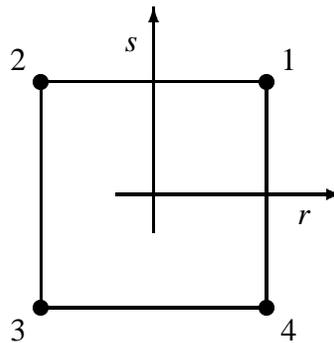


Bild 4.1: Isoparametrisches 4-Knoten-Element

4.2.2 Modellierung

Da über alle Begrenzungsflächen eines Bauteils ein Wärmeaustausch stattfindet, ist die Wärmeberechnung eine dreidimensionale Aufgabenstellung. Für langgestreckte Bauteile, wie den Überbau oder den Pfeiler, kann die Berechnung auf eine zweidimensionale Problemstellung reduziert werden, wenn die berechnete Annahme getroffen wird, dass aufgrund konstanter Temperatur senkrecht zur Betrachtungsebene kein Wärmetransport stattfindet. Für die geplanten Parameterstudien ist dies aus wirtschaftlichen Gründen zwingend notwendig. Die Annahme einer konstanten Temperatur in Längsrichtung trifft nicht mehr zu, wenn sich die Querschnittsgeometrie ändert, wie am Bauteilende oder beim Übergang zu bereits erhärteten Bauteilen. Hier sind Sonderüberlegungen erforderlich. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass die Temperaturen in diesen Bereichen wegen des zusätzlichen Wärmeflusses geringer sind als in den für die Berechnung ausgewählten. Jede Vereinfachung verzerrt natürlich die Abbildungsgenauigkeit, aber es kann angenommen werden, dass insbesondere für die Eigenspannung die untersuchten Bereiche aussagekräftig genug sind.

Zur Berechnung wird das Gebiet mit einem Netz aus 4-knotigen isoparametrischen Elementen überzogen. Da nur eine Zustandsgröße, die Temperatur, untersucht wird, hat jeder Knoten nur einen Freiheitsgrad. Dabei ist zu beachten, dass aufgrund der Bedeutung der Sonnenstrahlung für die Temperaturentwicklung geometrische Symmetrien nur eingeschränkt genutzt werden können. Die Schalung wird über spezielle Elemente abgebildet.

4.2.3 Programmablauf

Der Programmablauf gemäß Bild 4.2 entspricht dem bekannten System für eine instationäre, nichtlineare Problemstellung. Ausgangsdaten werden eingelesen, die Matrizen und Vektoren zunächst auf Elementebene erstellt und zur Gesamtstruktur assembliert. Anschließend wird das Gleichungssystem gelöst. Zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems wird das modifizierte NEWTON-RAPHSON-Verfahren angewendet und die Zeitintegration mit dem EULERSchen Vorwärtsverfahren durchgeführt [3]. Da für die Berücksichtigung der stündlich vorliegenden Daten über die atmosphärischen Einwirkungen die Zeitinkremente nicht größer als 1 Stunde gewählt werden können, ist eine ausreichende Genauigkeit mit dem Integrationsverfahren vorhanden. Höherwertige Intergrationsansätze für die Zeit, wie sie HUCKFELDT [43] beschreibt, sind daher nicht notwendig.

In einigen Details, die im Folgenden erläutert werden, unterscheidet sich das Programm von anderen. Zur Orientierung wird der Programmablauf kurz skizziert.

Die in dem ersten Kasten beschriebenen Daten werden üblicherweise mit einem Preprozessor für die Berechnung erstellt. Für die eigene Berechnung werden die technischen Möglichkeiten eines Preprozessors von einem kommerziellen Programmpaket [89] genutzt, um die geometrischen Daten der Knoten und ein geeignetes Elementnetz zu generieren. Das eigene Programm ließt die Daten aus einer Datei ein, so dass die Knotenkoordinaten und Elementzugehörigkeiten für die weitere Berechnung zur Verfügung stehen. In der Datei befinden sich auch Steuerungsparameter und Informationen zur Orientierung des Gebietes im Raum. In diesem Stadium liegen jedoch noch keine Informationen über Einwirkungen oder Randelemente vor. Im zweiten Schritt wird durch Auswertung eines Zeitprotokolls die Struktur aus den zu dem Berechnungszeitpunkt aktiven Elementen erstellt. Aus den Elementen dieser Struktur werden dann die Randelemente herausgesucht. Über das Zeitprotokoll erhält die Berechnung eine Uhrzeit und ein Datum. Diese Information ist für die Verarbeitung der meteorologischen Daten aus der Klimadatenbank notwendig. Anschließend werden zu jedem Element die Matrizen erstellt. Hierzu wird bei jedem Element auf die Datenbank für das entsprechende Material zurückgegriffen, um die Materialkennwerte einzulesen. Danach wird der Lastvektor zusammengestellt. Bei den Elementen, denen das Material Beton zugeordnet ist, wird über ein Modul die Hydratationswärme bestimmt und bei den Randelementen die Klimaeinwirkung durch das Einlesen der entsprechenden Klimadaten. Bedingt durch die Temperaturabhängigkeit des Strahlungsüberganges ist ein nichtlineares Gleichungssystem zu lösen. Nach der Beendigung des Rechenschritts wird für das nächste Zeitinkrement überprüft, ob die Zusammensetzung der Struktur modifiziert werden muss. Die nach jedem Zeitschritt ermittelten Knotentemperaturen stehen dann zur Berechnung der Spannungen zur Verfügung. Dieses Modul wird im Kapitel 5.1 erläutert. Auf das Modul zur Bestimmung der Hydratationswärmeentwicklung geht das Kapitel 4.3.3 ein.

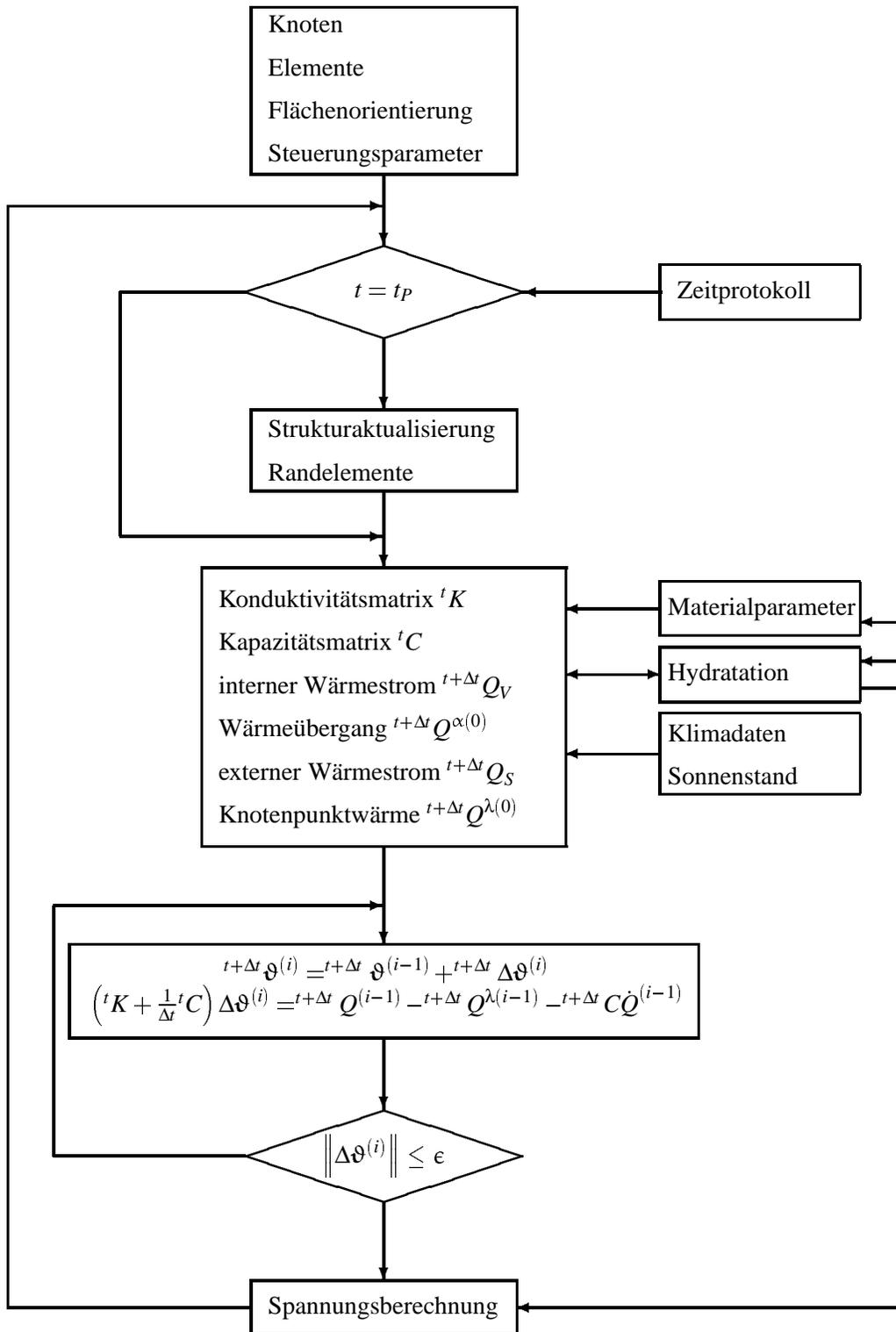


Bild 4.2: Programmschema für die Berechnung der Temperaturfelder

4.2.4 Eingangsparmeter

In einer zentralen Eingabedatei sind Knotenkoordinaten, Elementzuordnungen, die Flächenorientierung und Steuerparameter niedergelegt. Zu jedem Element gehört eine Zeit- und eine Materialidentifikationsnummer. Über die Materialidentifikationsnummer werden jedem Element Materialparameter aus Datenbanken zugeordnet. Die Struktur der Materialwerte in den einzelnen Datenbanken differiert, um die Bedeutung des jeweiligen Materials in der Wärmeberechnung zu berücksichtigen. In den Datenbanken für den Beton finden sich Angaben zur Mischungszusammensetzung, Frischbetontemperatur, Zement und Zuschläge. Die für die Wärmeberechnung relevanten Kennwerte werden aus diesen Daten ermittelt. Für die Schalungselemente sind nur die thermischen Kennwerte relevant. Um verschiedene Schalungskonstruktionen berücksichtigen zu können, ohne die Netzgeometrie zu verändern, liegen die Wärmedurchgangswiderstände der Schalungskonstruktion in der Datenbank vor. Anhand der Abmessungen des Elementes wird dann programmintern eine fiktive Wärmeleitfähigkeit ermittelt. Mit der Wärmekapazität wird analog verfahren. Anhand der Zeitidentifikationsnummer werden Elemente im Laufe der Berechnung aktiviert oder deaktiviert. Diese Option ermöglicht die Simulation eines mehrgängigen Betoneinbaus und des Ausschalens. Die für die Berechnung erforderlichen Matrizen passen sich dynamisch der Anzahl der aktivierten Elemente und Knoten an.

Zweidimensionale Strukturen haben a priori keine Orientierung im Raum. Für die Auswertung der Sonnenbestrahlung ist dies jedoch wesentlich. Um flexible Strukturdaten zu erhalten, werden die räumlichen Informationen nicht über dreidimensionale Knotenkoordinaten realisiert, sondern über die Beschreibung der Orientierung des Normalenvektors auf der untersuchten Scheibe. Mit diesem Vektor erhält die Scheibe eine eindeutige Orientierung im Raum. Sämtliche Koordinaten oder Vektoren in der Fläche können somit in das globale Koordinatensystem transformiert werden. Die Änderung der Ausrichtung des untersuchten Körpers erfolgt einfach über die Modifikation des Normalenvektors.

Die Klimadaten stehen in einer Datenbank zur Verfügung, die in einer 9-jährigen Messung erstellt wurde [64]. Die Zuordnung der jeweils aktuellen Klimadaten erfolgt über das Datum und die Uhrzeit.

4.2.5 Bestimmung der Randbedingungen

Da sich bei der Berechnung der Temperaturfelder die Randbedingungen aus den physikalischen Gesetzmäßigkeiten ergeben, ist es für die Berechnung ausreichend, die Umgebungsbedingungen zu definieren. Das Programm ist befähigt, diese Informationen in Bezug auf die zu untersuchende Struktur auszuwerten. Im ersten Schritt wird analysiert, welche der aktiven Elemente Randelemente sind. Bei sich verändernden Strukturen – durch die Betonierfolgen oder das Ausschalen – ist diese Selbstanalyse ein sinnvolles Werkzeug. Der zweite Schritt formuliert die Randbedingungen für die Berechnung. Da die Konvektions- und Strahlungsrandbedingung bei der gewählten mathematischen Beschreibung im Prinzip richtungsunabhängig ist, reicht die Kenntnis des freien Randes für die Berechnung aus. Bei der Wärmestrombedingung, hierunter ist der Wärmetransport aus Sonnenstrahlen zu verstehen, ist die Orientierung des Randes essenziell. In der isoparametrischen Formulierung des Elementes ist der Normalenvektor auf dem Rand identisch mit den natürlichen Koordinaten des Randpunktes in der Symmetrieachse des Elementes (vgl. Bild 4.1). Zur Bestimmung des Normalenvektors auf der tatsächlichen Elementgeometrie lässt sich der in

natürlichen Koordinaten gegebene Vektor mit folgendem Ansatz transformieren.

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \det \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

In der Gl. 4.15 ist \mathbf{J} die so genannte JACOBI-Matrix. Sie ist die Transformationsmatrix zwischen den natürlichen und den globalen Koordinaten. In Kap. 5.1 wird hierauf näher eingegangen. Diese Transformation bezieht sich zunächst auf das Koordinatensystem des Querschnitts. Die Transformation in das globale Koordinatensystem erfolgt mit Hilfe des Orientierungsvektors der betrachteten Scheibe.

4.3 Wärmeentwicklung im Bauteilinneren

4.3.1 Allgemeines

Die während der Erhärtungsphase dominierende Prozessgröße für die Temperaturbeanspruchung des Bauteils ist die Hydratationswärme des Zements. Für die Berechnung der Temperaturfelder sind daher die Kenntnisse über die freigesetzte Wärme und den zeitlichen Verlauf unabdingbar. Zur Ermittlung dieser Faktoren eignen sich kaliometrische Versuche, die an Zement- oder Betonproben durchgeführt werden. Diese Versuche liefern für den speziellen Zement oder die Betonmischung unter der gewählten thermischen Randbedingung genaue und reproduzierbare Ergebnisse. Aus der Sicht des mit der Konstruktion befassten Ingenieurs hat dieses Vorgehen jedoch zwei Nachteile:

1. Die thermischen Randbedingungen im Bauteil differieren von denen des Versuchs, so dass sich wegen der Temperaturabhängigkeit des Prozesses ein abweichender Prozessverlauf einstellt.
2. Bei vielen Objekten liegen in der Planungsphase die notwendigen betontechnologischen Untersuchungen noch nicht vor oder der Aufwand für Parameterstudien ist wegen der notwendigen Versuche sehr hoch.

Aus diesen Punkten leitet sich die Forderung ab, die den Prozess beeinflussenden Faktoren zu analysieren und durch mathematische Modelle abzubilden. Ziel einer solchen Entwicklung sind Modelle, mit denen auf der Basis der Analyse der Ausgangsstoffe der Prozess auf der Basis chemischer und physikalischer Grundlagen simuliert werden kann. Zur Zeit beschäftigen sich Forscher weltweit mit der Entwicklung solcher Modelle. Eine andere Strategie sind kinetische Ansätze, die die Hydratation als Funktion der Zeit phänomenologisch beschreiben. Ein häufig verwendeter mathematischer Ansatz ist:

$$Q_c(t) = Q_c(\infty) \exp\left(a \cdot f(t)^b\right) \quad (4.16)$$

Eine ausführliche Zusammenstellung und kritische Beurteilung dieser Ansätze sind in [28] zu finden. Die Güte dieser Approximationen des Hydratationsverlaufs steigt mit der Anzahl der Parameter, die jedoch meist empirisch gewonnen werden müssen, wodurch die Forderung nach

Versuchsunabhängigkeit im Allgemeinen nicht erfüllt werden kann. Neben den beiden beschriebenen Modellkonzepten finden sich in der Literatur auch hybride Formen, bei denen geometrische und physikalische Elemente des Prozesses abgebildet werden und die chemischen Elemente auf der Basis empirischer Betrachtungen beruhen [11, 55, 70]. Diese Modelle können das Hydratationsverhalten genauer simulieren, liegen jedoch nicht in implementierfähiger Form vor und haben oftmals Parameter, die durch Versuche festgelegt werden müssen. Ein weiterer Nachteil vieler kinetischer Modelle ist, dass ein Wasserzementwert größer 0,4 vorausgesetzt wird. Dies ist beim Hochleistungsbeton nicht gegeben.

Aufgrund des dargelegten Sachverhalts wird in der Arbeit ein eigener Vorschlag zur Beschreibung des Hydratationsverlaufs entwickelt. Das Modell soll ein Werkzeug sein, mit dem der konstruktiven Ingenieur in die Lage versetzt wird, die Belastung des Tragwerks durch die Hydratationswärmeentwicklung zu studieren. Als Modellparameter werden charakteristische Eigenschaften des Zements und die Mischung berücksichtigt. Das Modell gehört zur Gruppe der kinetischen Modelle, da anhand einer physikalischen Annahme die Zementhydratation über den Hydratationsgrad beschrieben wird.

Im Folgenden werden zunächst die für das Verständnis des Modells wichtigen betontechnologischen Zusammenhänge kurz erläutert. Weiterführende Informationen sind unter anderem in [16, 18, 41, 96, 97] zu finden.

4.3.2 Betontechnologische Grundlagen

4.3.2.1 Zement

Zement ist ein feingemahlendes hydraulisches Bindemittel, ein anorganischer Stoff, der mit Wasser angemacht an der Luft und unter Wasser erhärtet. Die beim Erhärtungsprozess entstandenen Verbindungen lösen sich durch spätere Wasserzugabe nicht mehr [16]. Dies ist eine wesentliche Voraussetzung für die Dauerhaftigkeit des Betons.

Bestandteil aller genormten Zemente ist der Portlandzementklinker. Zur Herstellung der Klinker wird ein Rohstoffgemisch aus Kalk, Kieselsäure, Tonerde und Eisenoxid bei etwa 1450 °C bis zur Sinterung gebrannt und anschließend abgekühlt. Die wesentlichen im Portlandzementklinker vorhandenen Klinkerphasen sind in der Tabelle 4.2 zusammengestellt. Der Klinker wird im Anschluss unter Zugabe von Calciumsulfat als Erstarrungsregler zur Gewinnung des Portlandzementes gemahlen. Zur Herstellung eines Portlandkompositzementes oder eines Hochofenzementes wird dem Klinker vor dem Mahlvorgang der entsprechende Stoff beigemischt [56]. Der Produktionsablauf – Brennen, Abkühlen, Mahlen und Lagern – und die Zusammensetzung der Rohstoffe, die von den geologischen Gegebenheiten der Lagerstätten abhängen, beeinflussen den Erstarrungsverlauf und die dabei freigesetzte Wärmemenge. Um die Anzahl der Modellparameter zu begrenzen, werden die Klinkerphasen und die Mahlfeinheit in die Berechnung Eingang finden.

Zemente werden klassifiziert nach Zementarten, bestimmt durch die Zusammensetzung oder besondere Eigenschaften, und in Zementfestigkeitsklassen, aus denen sich mechanische und physikalische Anforderungen ergeben [18]. Die eigenen Untersuchungen konzentrieren sich auf Portlandzement (CEM I), da hierzu für den Hochleistungsbeton in Deutschland die meisten Erfahrungen vorliegen.

Tabelle 4.2: Hauptklinkerphasen im Portlandzement

Klinkerphase	Chemische Formel	Kurzbezeichnung	durchschnittlicher Gehalt im PZ	Hydratationswärme [J/g]
Tricalciumsilicat	$3\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$	C_3S	63 %	500
Dicalciumsilicat	$2\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$	C_2S	16 %	250
Tricalciumaluminat	$3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	C_3A	11 %	1340
Calciumaluminatferrit	$3\text{CaO} (\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3)$	$\text{C}_2(\text{A,F})$	8%	420

Zemementhydratation

Der Kontakt des Zements mit Wasser löst eine chemische Reaktion aus, bei der wasserhaltige Verbindungen, die Hydratphasen, entstehen. Die für die Festigkeit wesentliche Verbindung ist das *Calciumsilicathydrat* (CSH), das aus den Calciumsilicaten entsteht. In der Zementtechnologie wird die Gestalt der Calciumsilicathydrate als Leisten oder Nadeln beschrieben, die aus aufgerollten Folien bestehen [41]. Mit dieser Modellvorstellung ist verständlich, dass große Druckkräfte übertragen werden können, wie anhand eines einfachen Experimentes mit einem aufgerollten Blatt Papier nachvollzogen werden kann. Die Reaktion des Zements mit dem Wasser beginnt auf der Oberfläche der Zementpartikel und dringt langsam in das Innere der Körner vor. Die Calciumsilicathydrate wachsen in die mit Wasser gefüllten Zwischenräume des Zement-Wasser-Gemisches. Da das Volumen der Hydratprodukte etwa dem doppelten des unhydratisierten Zements entspricht, verkleinert sich der Porenraum. Die Struktur, die sich durch das Ineinanderwachsen der Calciumsilicathydrate bildet, wird als *Zementgel* bezeichnet. Die Festigkeitsbildung des Zements ist somit physikalischer Natur.

Bei der Hydratation wird Wasser in der Größenordnung von 25 Gew.-% des unhydratisierten Zements chemisch und 15 Gew.-% physikalisch gebunden. Hieraus ergibt sich, dass für eine vollständige Hydratation des Zements ein Wasser-Zement-Verhältnis von 0,4 erforderlich ist.

Die Hydratation ist ein exothermer Prozess. Durch das Brennen der Ausgangsstoffe wird der Zementklinker auf ein höheres Energieniveau gehoben, welches durch die Hydratation zum Teil wieder abgebaut wird. Die frei werdende Wärme wird als Hydratationswärme bezeichnet.

In der Literatur wird der Verlauf der Hydratation in drei Reaktionsstufen unterschieden. Die erste Stufe beginnt unmittelbar nach dem Anmachen des Zements mit dem Wasser und dauert 2 bis 3 Stunden. Sie ist gekennzeichnet durch eine wenige Minuten andauernde, heftige Reaktion von Tricalciumaluminat und Calciumsulfat, bei der sich Ettringit auf der Oberfläche der Zementkörner und Calciumhydroxid bilden, und einer anschließenden Ruhephase, in der die Reaktionen weitgehend zum Stillstand kommen. Die anfängliche Reaktion ist verbunden mit einer großen Wärmefreisetzung, durch die sich die Frischbetontemperatur um 1 bis 3 K erhöht. Aus technischer Sicht ist der Temperaturanstieg jedoch wenig relevant, da die Betrachtung der Temperaturentwicklung im Bauteil üblicherweise erst in der Ruhephase beginnt. Die Ruhephase beruht auf einer Verkrustung der Oberfläche der Zementpartikel, die für die weitere Reaktion aufgebrochen werden muss. Die Stufen zwei und drei unterscheiden sich in der Qualität der sich bildenden Calciumsilicathydrate, in den dazu parallel verlaufenden chemischen Reaktionen und der Reaktionsgeschwindigkeit.

Chemische Zusammensetzung

Mit chemischen Analyseverfahren kann die Zusammensetzung der Zemente bestimmt werden. Für die Zementchemie sind insbesondere die Anteile der vier Klinkerphasen (Tab. 4.2) von Interesse. Untersuchungen an reinen Klinkerphasen zeigen signifikante Unterschiede in den Reaktionsverläufen, der Festigkeitsbildung und der Wärmeentwicklung. Das Tricalciumaluminat und das Tricalciumsilicat reagieren schneller als das Dicalciumsilicat und das Calciumaluminatferrit [16]. Eine Prognose der zeitlichen Hydratationsentwicklung anhand der chemischen Analyse ist jedoch bei technischen Zementen leider nicht möglich, da die Klinkerphasen aus den Zementpartikeln nicht selektiv herausgelöst werden, sondern die Hydratation in das Korn penetriert, dort auf die einzelnen Klinkerphasen trifft und reagiert. Anhand der Anteile der Klinkerphasen und den Angaben der Tabelle 4.2 kann die Wärmemenge bestimmt werden, die theoretisch durch die Hydratation des Zements freigesetzt werden könnte.

$$Q_{c,max} = Q_{C_3S} + Q_{C_2S} + Q_{C_3A} + Q_{C_4AF} \quad (4.17)$$

Die Wärmeanteile der einzelnen Klinkerphasen können abgeschätzt werden anhand ihrer Massenanteile nach BOGUE und der spezifischen Hydratationswärme gemäß Tabelle 4.2. Die Klinkerphasen entsprechen in der Regel etwa 80–90% der Masse des Zements. Der Rest sind freies Calcium- und Magnesiumoxid und organische Rückstände. Diese Anteile werden im Folgenden vernachlässigt.

Temperaturbeeinflussung

Die Veränderung der Hydratationsgeschwindigkeit durch die Temperatur zeigt sich bei Versuchen mit unterschiedlichen Frischbetontemperaturen oder Lagerungsbedingungen. Bei einer adiabatischen Lagerung wird keine Wärme abgeführt, so dass die gesamte Wärme zur Erhöhung der Temperatur führt. Dazu im Gegensatz stehen isotherme Lagerungen, bei denen die gesamte erzeugte Wärme abgeführt wird. Es zeigt sich bei der Auswertung der beiden Versuche, dass nicht nur die Temperatur im ersten Fall ansteigt, sondern auch die Hydratation schneller abläuft.

Dieses für chemische Prozesse typische Phänomen erklärt sich aus der physikalischen Erkenntnis, dass die mittlere kinetische Energie eines Moleküls proportional zur Temperatur ist. Die Geschwindigkeit der Moleküle nimmt mit der Temperatur zu (BROWNSche Molekularbewegung) und die Kontaktwahrscheinlichkeit der reaktionsfähigen Moleküle erhöht sich. Die Temperaturabhängigkeit wird in der Chemie mit der ARRHENIUS-Gleichung beschrieben. Die Gleichung gilt nicht nur für Elementarfunktionen, sondern auch für die meisten zusammengesetzten Funktionen.

$$k(T) = C \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (4.18)$$

wobei

$k(T)$ Temperaturabhängiger Reaktionsgeschwindigkeitsfaktor

C Frequenz- oder Häufigkeitsfaktor

E	Aktivierungsenergie [J/mol]
R	universelle Gaskonstante ($R=8,314$ [J/mol K])
T	Temperatur bezogen auf den absoluten Nullpunkt

HANSEN und FREIESLEBEN [33] bestätigen die Übertragbarkeit der Funktion auf die Zementhydratation und stellen einen Ansatz zur Bestimmung der Aktivierungsenergie beim Beton auf. Der Frequenz- oder Häufigkeitsfaktor wird so gewählt, dass der Funktionswert $k(T) = 1$ bei $T = 293$ K ist.

$$\begin{aligned} E &= 33,5 \text{ kJ/mol} && \text{für } T \geq 293,0 \text{ K} \\ E &= 33,5 + 1,47 \cdot (293,0 - T) \text{ [kJ/mol]} && \text{für } T < 293,0 \text{ K} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Für die Aktivierungsenergie finden sich in der Literatur weitere Ansätze, die zum Teil durch zusätzliche Materialparameter eine bessere Anpassung an Versuchsergebnisse gewährleisten, damit jedoch wieder versuchsabhängig werden [11]. Die Sichtung der Literatur weist für den Ansatz Gl. 4.19 eine hohe Akzeptanz aus.

Um die Temperaturbeeinflussung der Hydratation zu erfassen, sind Zeittransformationen entwickelt worden, mit denen ein *wirksames Betonalter* τ_w ermittelt wird. Damit können hydrationsabhängige Verläufe, wie z.B. Wärmeentwicklung, Festigkeitsentwicklung, die für eine bestimmte Temperaturgeschichte ermittelt wurden, auf andere Temperaturgeschichten übertragen werden [42]. Ansätze, die auf Gl. 4.18 aufbauen, haben sich als geeignet erwiesen [11, 55].

In dem eigenen Ansatz ist obige Gleichung implementiert, wobei keine Zeittransformation vorgenommen wird, sondern die Prozessgeschwindigkeit durch die Variation der bestimmenden Parameter berücksichtigt wird.

Mahlfeinheit des Zements

Die Auswertung der Gl. 4.17 für verschiedene Portlandzemente zeigt, dass sich rechnerisch nahezu die gleiche Wärmemenge Q_c ergibt. Konträr dazu stehen jedoch die praktische Erfahrung und kaliometrische Versuche zeigen, dass sich die Zemente der verschiedenen Festigkeitsklassen bei der Wärmeentwicklung (vgl. Tab 4.2) unterscheiden. Dies begründet sich ursächlich in der unterschiedlichen Mahlfeinheit der Zemente. Je feiner ein Zement gemahlen ist, desto schneller reagiert er und erreicht eine höhere Normfestigkeit. Der Festigkeitsunterschied aufgrund der Granulierung verringert sich jedoch durch eine stärkere Nachhydratation der gröberen Zemente.

Zur Charakterisierung der Mahlfeinheit ist die spezifische Oberfläche [cm^2/g] nach BLAINE, die mit Luftdurchlässigkeitsmessungen [16] bestimmt wird, geläufig. In der Zementtechnologie wird jedoch heute die Korngrößenverteilung zur Beschreibung der technischen Eigenschaften als sinnvoller angesehen [47, 54, 94].

Die Untersuchung der Partikelgrößenverteilung fußt auf Arbeiten von ROSIN und RAMMLER [75], die festgestellt haben, dass ihr mathematischer Ansatz zur Beschreibung der Partikelverteilung bei Kohlenstaub (Gl. 4.20) auch auf den Zement übertragbar ist.

$$M(x) = 100 (1 - \exp(-bx^n)) \quad (4.20)$$

mit

$M(x)$ Massensumme in %

x Partikelgröße in μm

b, n Parameter

Anhand der Massensummenverteilung kann die massenbezogene Oberfläche bestimmt werden.

$$O_M = \int_{x_0}^{\infty} \frac{6bn}{\rho_{cem}} x^{n-2} \exp(-bx^n) dx \quad (4.21)$$

Neben Komplikationen bei der analytischen Lösung bereitet das Integral Schwierigkeiten, da der Integrand für $x_0 \rightarrow 0$ unbeschränkt ist und daher ein divergentes uneigentliches Integral vorliegt. Durch die Annahme einer unteren Integrationsgrenze $x_0 > 0$ ist eine numerische Lösung möglich. Die Annahme korrespondiert mit der technischen Tatsache, dass die Partikel eine Mindestgröße haben. Durch die Festlegung wird jedoch der Wert des Integrals stark beeinflusst. Die rechnerische spezifische Oberfläche steigt an, je kleiner die untere Grenze gewählt wird. Da beim eigenen Ansatz von der Partikelgrößenverteilung nach Gl. 4.20 ausgegangen wird, hat die spezifische Oberfläche keine technische Bedeutung und wird daher nicht berücksichtigt.

Zur Bestimmung der Parameter in Gl. 4.20 werden die Ergebnisse der Analyse der Partikelgrößenverteilung des Feinbereichs des Zements in das RRSB-Körnungsnetz [94] eingetragen. Der Parameter n entspricht der Neigung der Ausgleichsgeraden der Daten. Die Ablesung der Partikelgröße bei der Massenverteilungssumme von 63,2 % wird als Lageparameter x' bezeichnet. Anhand dieser Angaben lässt sich der Parameter b bestimmen. In [54] und [94] finden sich Angaben zur Partikelgrößenverteilung deutscher Zemente.

4.3.2.2 Betonzusatzstoffe

Neben Zement, Wasser und Zuschlägen werden der Betonmischung auch puzzolanische und inerte Zusatzstoffe beigemischt. Die bedeutendsten puzzolanischen Stoffe sind Steinkohlenflugasche und Mikrosilica. Puzzolane sind Stoffe ohne eigenes Bindevermögen, aber zusammen mit Wasser und Kalk bilden sich zementartige Verbindungen. Als Reaktionspartner dient das bei der Zementhydratation entstandene Calciumhydroxid [59, 82].

Steinkohlenflugasche

In Elektrofiltern zur Rauchgasreinigung in Steinkohlekraftwerken fallen Flugaschen als Rückstände an. Die Reaktivität der Flugasche wird durch den Glasanteil der Asche bestimmt. Die Partikelgrößenverteilung entspricht der der Zemente. In Betonmischungen wird die Flugasche meist im Austausch gegen Zement eingesetzt. Zur Effektivität dieser Maßnahme tragen zum einen die festigkeitsfördernden Eigenschaften der Flugaschen und zum anderen die Verbesserung der Verarbeitbarkeit bei. Aufgrund der kugelförmigen Form der Flugaschenpartikel wird der Wasseranspruch vermindert, so dass die gewünschte Konsistenz mit geringerem Wassergehalt

erzielt werden kann. Die Verbesserung der Festigkeit durch die Reduzierung des Wassergehaltes ist hinreichend bekannt. Trotz des geringeren Zementgehaltes kann Beton mit Flugasche die gleichen Festigkeiten erreichen. Hierzu tragen zum einen die puzzolanischen Reaktionen und zum anderen eine durch die Verbesserung der Kornabstufung verdichtete Struktur bei. Die Reaktion der Flugaschen erfolgt jedoch später als die des Zements. An der Festigkeit ist dies durch einen langsamen Anstieg, der auch nach 28 Tagen noch signifikant sein kann, erkennbar. Zur Hydratationswärme leistet die Flugasche nur einen geringen Anteil, da erstens die Reaktion der Flugasche nur eine geringe Wärmemenge freisetzt und zweitens diese gegenüber der Zementreaktion verzögert abläuft. Ein wesentlicher Grund für den Einsatz der Flugasche ist, die Hydratationswärmeentwicklung zu mäßigen [81]. Diese für Betone mit einem Wasserzementwert größer 0,4 gültige Lehre muss jedoch für den Hochleistungsbeton überdacht werden. Beim Hochleistungsbeton ist weniger Wasser vorhanden als für eine vollständige Reaktion des Zements erforderlich. Wenn nun ein Teil dieses inert verbleibenden Zementüberschusses durch Flugasche ersetzt wird, kann die Hydratationswärme nicht wie gewohnt vermindert werden. Vielmehr ist zu untersuchen, ob nicht sogar durch den größeren Wassergehalt für den verbleibenden Zement ein günstigeres Reaktionsumfeld geschaffen wird. Über die Beeinflussung der Zementhydratation durch die Flugasche finden sich in der Literatur widersprüchliche Angaben [81].

Mikrosilica

Mikrosilica fällt als industrielles Nebenprodukt bei der Herstellung von Silizium oder Siliziumlegierungen an und wird wie die Steinkohlenflugasche über die Abgasreinigungsanlagen gewonnen. Mikrosilica hat eine fast ausschließlich amorphe Struktur und eine Partikelgröße, die etwa 100 mal feiner ist als die des Zements. Diese beiden Faktoren bestimmen die festigkeitssteigernde Wirkung des Mikrosilicas. Aufgrund der Feinheit der Partikel werden die Poren so ausgefüllt, dass eine homogenere Struktur entsteht. Ein weiterer entscheidender Beitrag zur Steigerung der Festigkeit ist die Verbesserung der Kontaktzone zwischen Zuschlag und Zementmatrix. In dieser Zone finden sich beim normalen Beton höhere Konzentrationen an Calciumhydroxid. Aus diesen schwachen Verbindungen entstehen durch die Reaktion mit dem Siliciumdioxid Calciumsilicathydrate. Die Reaktion des Mikrosilicas erfolgt ungefähr gleichzeitig mit der Zementhydratation. Die Wärmemenge des Mikrosilicas überlagert sich somit mit der des Zements. Da jedoch nach heutigen Erkenntnissen der Mikrosilicaanteil in der Betonmischung geringer als 10 % ist, ist der Anteil an der Gesamtwärmeentwicklung gering. Die Hydratation des Portlandzementes wird durch eine Keimbildung, die zur Beschleunigung der Induktionsperiode führt, beeinflusst [80].

4.3.2.3 Betonmischung

Bei der Erhärtung des Betons können unterschiedliche Temperaturverläufe beobachtet werden, selbst wenn gleiche Zemente verwendet werden. Diese Unterschiede sind auf die Betonmischungen zurückzuführen. Vordergründig ist der Zementgehalt als entscheidendes Element zu benennen. Die Bedeutung des Zementgehaltes erschließt sich mit der Gleichung, mit der die Temperaturerhöhung unter adiabatischen Bedingungen berechnet werden kann.

$$\Delta T_{ad}(t) = \frac{Q_c(t) \cdot cem}{\rho_c \cdot C_c} \quad (4.22)$$

mit:

$\Delta T_{ad}(t)$ adiabatische Temperaturerhöhung des Betons zum Zeitpunkt t [K]

$Q_c(t)$ bis zum Zeitpunkt t freigesetzte Hydratationswärme des Zements [J/kg]

cem Zementgehalt [kg/m³]

ρ_c Betonrohddichte [kg/m³]

C_c spezifische Wärmekapazität des Betons [J/kg K]

Die Rohddichte und die spezifische Wärmekapazität des Betons können hinreichend genau gemessen oder rechnerisch abgeschätzt (vgl. Kap. 3.7) werden, so dass als entscheidender Parameter $Q_c(t)$ verbleibt. Der zeitliche Verlauf hängt von der zuvor beschriebenen Hydratationsentwicklung des Zements ab. Bei der Darstellung der Hydratation des Zements wurde angenommen, dass zu jedem Zeitpunkt ausreichend Wasser vorhanden ist. Falls es jedoch nicht in ausreichender Menge zur Verfügung steht, verlangsamt sich der Prozess oder kommt zum Stillstand. Die Abhängigkeit des maximal hydratisierten Zements vom Wassergehalt wird mit folgendem empirischen Ansatz nach MILLS beschrieben [65].

$$\alpha_{max} = \frac{1,031 \cdot w/z}{0,194 + w/z} \quad (4.23)$$

Dieser Wert ist abhängig von den Erhärtingsbedingungen und bei günstigen Verhältnissen – ausreichende Feuchtigkeit und gute Nachbehandlung – können höhere Hydratationsgrade erzielt werden. Beim Hochleistungsbeton ist der Wassergehalt bestimmend für die Menge des Zements, die hydratisieren kann. Aus dem Wert, der für die Bildung der CSH-Phasen notwendig ist, lässt sich ein oberer Grenzwert für den Hydratationsgrad ableiten:

$$\alpha_{max} = \frac{w/z}{0,4} \quad (4.24)$$

4.3.3 Modellierung der Hydratation mit der Methode der finiten Elemente

4.3.3.1 Konzept des Modells

Die Hydratation des Zements ist ein äußerst komplexer Prozess, da er sich aus verschiedenen Einzelreaktionen zusammensetzt und durch viele Faktoren beeinflusst wird. Eine Simulation der chemischen Prozesse ist heute nur in Teilen möglich und es bedarf weiterhin noch Forschungsaktivitäten auf diesem Gebiet. Dem gegenüber stehen kinetische Modelle, die einen zeitabhängigen Parameter (Stoffkonzentrationen, Reaktionswärme, Hydratationsgrad) durch einen mathematischen Ansatz beschreiben. Typisch hierfür sind empirische Ansätze, die die Hydratation über eine Funktion beschreiben. Da eine befriedigende Erfassung vieler Faktoren über eine Funktion allenfalls durch einen großen Satz empirisch zu ermittelnder Parameter möglich ist, beschäftigen sich Forscher derzeit damit, computerorientierte Verfahren zu entwickeln, bei denen die

Funktion durch einen Algorithmus ersetzt wird, der einzelne, empirisch ermittelte oder analytisch beschriebene Elemente miteinander kombiniert. BREUGEL stellt in [11] ein entsprechendes Simulationsprogramm vor, bei dem sehr viele Parameter Eingang finden. Für eine Implementierung in die eigenen Berechnungen erweist es sich jedoch als negativ, dass viele Parameter über Versuche bestimmt werden müssen und somit nicht zur Verfügung stehen. Da auch andere Lösungsvorschläge sich aus ähnlichen Gründen der Anwendung entziehen, wurde ein eigener Ansatz entwickelt, der die Parameter nach Tab. 4.3 berücksichtigt.

Tabelle 4.3: Berechnungsparameter für das Hydratationsmodell

Betonmischung	Zement
Zementmenge	Anteil der Klinkerphasen
Wassermenge	Lageparameter im RRSB-Netz
Zuschlagsmenge	Steigungsmaß im RRSB-Netz
Zuschlagsart	
Zusatzstoffe	
Frischbetontemperatur	
Dauer der Ruheperiode	

Das Modell ist der Gruppe der computerorientierten, kinetischen Ansätze zuzuordnen. Das Anwendungsgebiet dieses Modells wird bei dem konstruierenden Ingenieur und nicht im Bereich der Betontechnologie gesehen. Diese Zielrichtung erzwingt, dass nur Parameter in die Berechnung einfließen, die den üblichen Laboruntersuchungen der Zementhersteller und der Betonmischung entnommen werden können. Das Modell bietet in der Form, wie es in der Arbeit vorliegt, die Möglichkeit, Parameterstudien zur Bauteilbelastung für unterschiedliche Betonmischungen durchzuführen. Darüber hinaus kann der entwickelte Algorithmus eine Basis sein, auf der mit wissenschaftlich abgesicherten Modellparametern ein Simulationsprogramm entwickelt werden kann. Als zeitabhängiger Parameter ist in dem Programm der Hydratationsgrad eingeführt. In dem Modell ist er definiert als das Verhältnis des Volumens des hydratisierten Zements zum Ausgangsvolumen des unhydratisierten Zements.

Der Berechnungsablauf gliedert sich in drei Betrachtungsebenen (Bild 4.3). In Ebene 1 wird eine Penetrationsberechnung einzelner Zementkörner in Abhängigkeit von der Granulierung und der chemischen Zusammensetzung des Zements sowie der Temperatur durchgeführt. Die Berechnung erfolgt inkrementell in Zeitschritten, die der Wärmeberechnung entsprechen. Das Ergebnis am Ende eines Zeitschrittes ist der Penetrationsgrad der einzelnen Partikel, der mit Hilfe der Massenverteilung zum Hydratationsgrad der untersuchten Partikel zusammengefasst wird. Ebene 2 beinhaltet die Annahme, dass der Hydratationsbeginn der Partikel unabhängig von ihrer Größe normalverteilt ist. Es ergibt sich somit für jeden Partikel ein anderer Hydratationsbeginn. Aus der Zusammenfassung der Stufe 1 und 2 ergibt sich der Hydratationsgrad des Zements ohne Berücksichtigung der Mischungsverhältnisse. In die Stufe 3 gehen die Mischungsverhältnisse ein, insbesondere der Wassergehalt. Über eine Volumenbilanzierung wird der Einfluss des Wassergehaltes auf die Zementhydratation ermittelt.

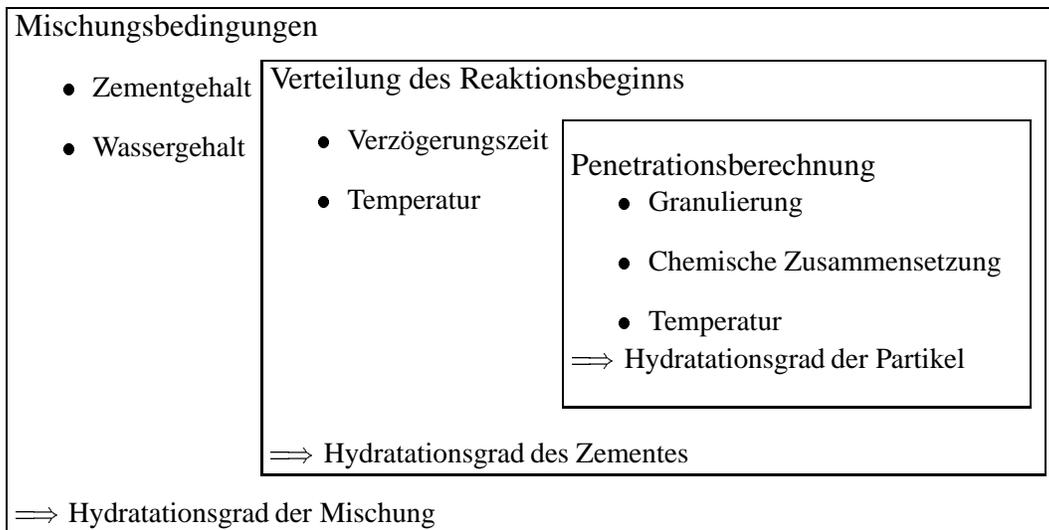


Bild 4.3: Modellstruktur

4.3.3.2 Penetrationsberechnung

Das Modell basiert auf der Betrachtung einzelner Zementpartikel, die als Kugel idealisiert werden. Die Hydratation penetriert in das Zementkorn hinein. Unter der Annahme, dass die Hydratation jeweils auf der Oberfläche eines unhydratisierten Kerns stattfindet, kann der Hydratationsgrad wie folgt bestimmt werden [11, 55].

$$\alpha(t) = \left(1 - \left(1 - \frac{\delta_{hyd}(t)}{r_0} \right)^3 \right) \quad (4.25)$$

mit

δ_{hyd} Dicke der hydratisierten Schale

r_0 Radius des Zementpartikels.

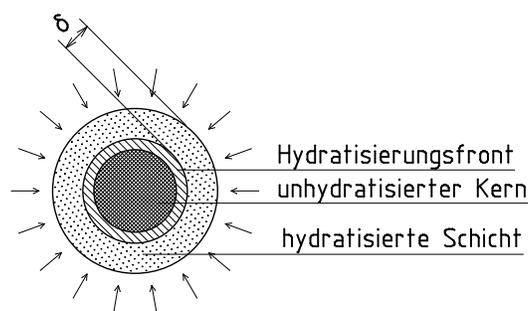


Bild 4.4: Penetrationsmodell

Diese Formel basiert auf der Vorstellung, dass ein Hydratationsfront konzentrisch in das Innere des Zementkorns penetriert. Für die Geschwindigkeit der Hydratationsfront ergibt sich kein

durchgängiger Ansatz, sondern sie wird zu Beginn durch eine so genannte Grenzschichtreaktion kontrolliert und ab einem gewissen Stadium wird die Diffusionsgeschwindigkeit des Wassers durch die hydratisierten Schichten dominiert.

Für das eigene Modell ist die Berechnung der Penetration modifiziert. Die Hydratation wird mit einer Zustandsgröße Θ beschrieben. Die mathematische Beschreibung dieses Vorgangs erfolgt analog zum Wärmetransport.

$$\mathbf{C}_m \Theta + (\mathbf{K} + \mathbf{K}^V) \Theta = \mathbf{K}^V \Theta_r \quad (4.26)$$

wobei

\mathbf{C}_m Speicherkoeffizientmatrix

Θ Zustandsgrößenvektor

\mathbf{K} Leitfähigkeitsmatrix

\mathbf{K}^V Übergangsmatrix

Θ_r Umgebungszustandsvektor.

Der Berechnung kann kein unmittelbarer naturwissenschaftlicher Prozess und den Koeffizienten keine chemische oder physikalische Bedeutung zugeordnet werden. Es ist eine Abstraktion des Vorganges im Sinne eines kinetischen Modells. Die Zustandsgrößen in dem Kontinuum, auf die die Gleichung angewendet wird, nähert sich asymptotisch dem Wert des Umgebungszustandes. Der zeitliche Verlauf ist abhängig von dem Verhältnis der Berechnungskoeffizienten zueinander. Die Einstellung der Koeffizienten erfolgt auf der Basis empirischer Auswertungen und wird später dargestellt. Der Hydratationsgrad zum Zeitpunkt t des Partikels mit der Partikelgröße ϕ_i ergibt sich mit folgendem Ansatz:

$${}^t\alpha_{\phi_i} = \frac{\int_V {}^t\Theta dV}{\Theta_r \int_V dV} \quad (4.27)$$

Rechnerische Umsetzung

Analog zur Lösung der übergeordneten Berechnung der Wärmeleitung in dem Bauteil wird auch für die Berechnung der Penetration ein Ansatz mit finiten Elementen gewählt. Zur wirtschaftlicheren Umsetzung der Berechnung werden die Partikel als Kugeln idealisiert. Zwar entstehen durch das Brechen der Zementklinker beim Mahlprozess unregelmäßig geformte Partikel, aber eine Kugel bietet den Vorteil, dass zur Berechnung des Volumens eine Variable, der Radius, ausreicht. Damit kann die Kugel als Stab mit veränderlichem Querschnitt abgebildet werden. Für die Elementierung werden 3-Knoten-Stabelemente mit einem Freiheitsgrad je Knoten eingesetzt. Da sich der Querschnitt entlang des Stabzugs stark ändert, werden die Knoten so generiert,

dass die Elementlänge l_i zum Stabende abnimmt.

$$l_i = \frac{(n+1) - i}{n \cdot \frac{n+1}{2}} \cdot r \quad (4.28)$$

mit:

- l_i Elementlänge des Elementes i
- n Anzahl der Elemente
- r Partikelradius.

Der Ansatz beruht darauf, dass die numerische Reihe folgende Summe hat:

$$\sum_{i=1}^n (n+1) - i = n \cdot \frac{n+1}{2} \quad (4.29)$$

Am Stabende ist nur eine ROBIN-NEUMANN Randbedingung vorgeschrieben:

$$q = \alpha \cdot (\Theta_r - \Theta) \quad (4.30)$$

mit:

- α Übergangskoeffizient.

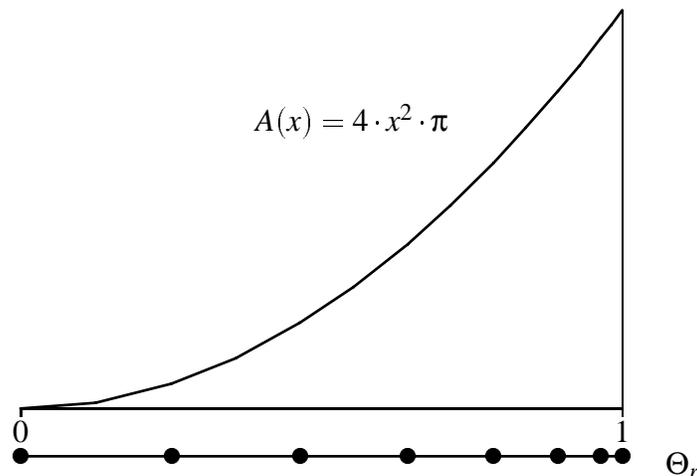


Bild 4.5: System und Verlauf der Querschnittsfläche des Kugelmodells

Zur Erfassung der Temperaturabhängigkeit des Prozesses werden der Leit- und Übergangskoeffizient je Zeitschritt mit Gl.4.18 unter Berücksichtigung der aktuellen Bauteiltemperatur multipliziert und der Speicherkoeffizient dividiert.

Bild 4.6 zeigt den Hydratationsverlauf für unterschiedliche Partikeldurchmesser.

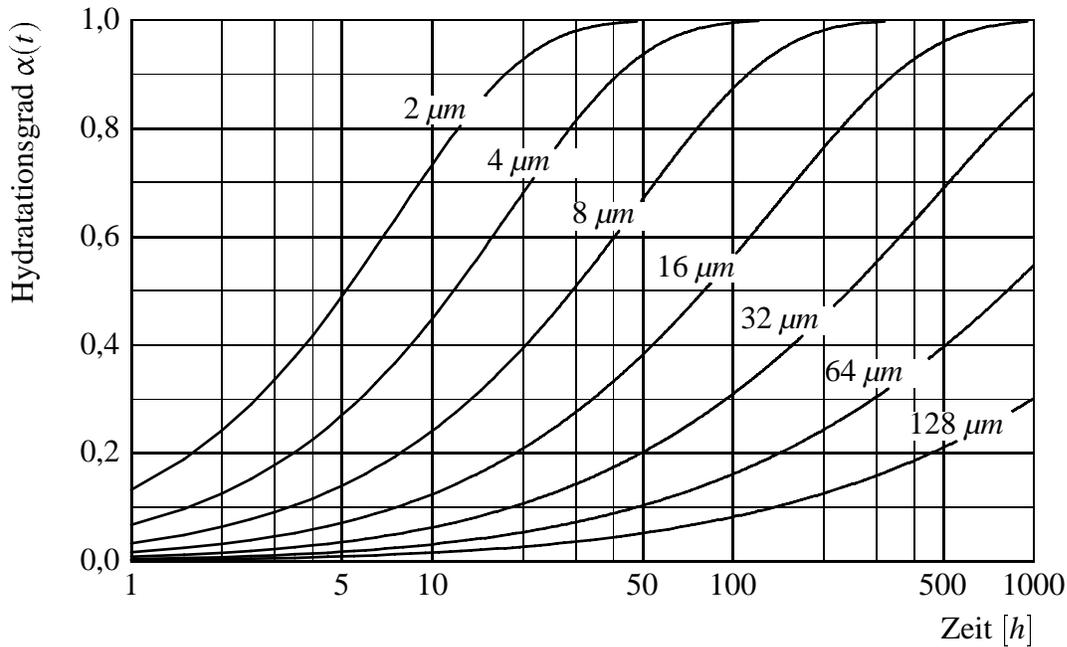


Bild 4.6: Hydratationsverlauf für unterschiedliche Durchmesser

Chemische Zusammensetzung

Die Klinkerphasen unterscheiden sich in ihrer Reaktionsgeschwindigkeit. Die C_3A und C_3S reagieren schneller als C_2S und C_3AF . Um das unterschiedliche Reaktionsverhalten abzubilden, wird die Zustandsgröße in jedem Knoten Θ_i für die Ermittlung des Hydratationsgrades gewichtet. Für diese Wichtung werden die vier Phasen in eine schnell und eine langsam reagierende Gruppe aufgeteilt. Es wird vereinfachend angenommen, dass die Reaktion der beiden Gruppen seriell verläuft. Basierend auf dieser Annahme wird die Wichtung über das Wärmepotential der beiden Gruppen vorgenommen.

$$g = \begin{cases} \frac{\Theta_i}{r_1 \cdot \Theta_r} \cdot \frac{Q(C_3A, C_3S)}{Q_{gesamt}} & \Theta \leq r_1 \cdot \Theta_r \\ \frac{Q(C_3A, C_3S)}{Q_{gesamt}} + \frac{\Theta_i - r_1 \cdot \Theta_r}{r_2 \cdot \Theta_r} \cdot \frac{Q(C_3AF, C_2S)}{Q_{gesamt}} & \Theta > r_1 \cdot \Theta_r \end{cases} \quad (4.31)$$

mit

r_1 Anteil der Klinkerphasen C_3A und C_3S

r_2 Anteil der Klinkerphasen C_2S und C_3AF .

$${}^t\alpha_{\Theta_i}^g = \frac{\int_V g \cdot {}^t\Theta dV}{\Theta_r \int_V dV} \quad (4.32)$$

Rechnerische Untersuchungen zeigen jedoch, dass diese Wichtung bei den üblichen Zementen keine sehr große Auswirkung hat.

Partikelgrößenverteilung

Entscheidend für den unterschiedlichen Hydratationsverlauf verschiedener Zemente ist deren Partikelgrößenverteilung. Die Partikelgrößenverteilung fließt in die Berechnung ein, indem die Penetrationsberechnung für sieben Durchmesser in jedem Zeitschritt durchgeführt wird. Die Verteilung der Partikelgrößen für die Berechnung ist mit einer geometrischen Reihe, beginnend mit $2\mu\text{m}$, festgelegt. Eigene Untersuchungen haben gezeigt, dass mit einem Konzept, das von einem mittleren Durchmesser ausgeht, der aus der spezifischen Oberfläche zurückgerechnet wird, keine befriedigende Differenzierung zwischen unterschiedlichen Mahlfeinheiten möglich ist. Aus dem Anteil der berechneten Durchmesser an der Massensummenlinie und dem Hydratationsgrad der einzelnen Durchmesser wird der Hydratationsgrad bestimmt.

$${}^t\alpha = \sum_i^n g(\phi_i) \cdot {}^t\alpha_{\phi,i}^g \quad (4.33)$$

wobei

$g(\phi_i)$ Massenanteil der Partikelgrößenklasse ϕ_i

n Anzahl der Partikelgrößenklassen

${}^t\alpha_{\phi,i}^g$ Hydratationsgrad der Partikelgrößenklasse ϕ_i .

4.3.3.3 Verteilung des Reaktionsbeginns

Die angenommene Normalverteilung für den Hydratationsbeginn begründet sich nicht nur damit, dass natürlicherweise eine gewisse zeitliche Verteilung vorhanden sein muss, sondern auch damit, dass der Hydratationsbeginn durch die Verkrustung der Oberfläche der einzelnen Partikel und etwaige Haufenbildung unterschiedlich stark behindert wird. Für die Normalverteilung wird angenommen, dass das 1 %-Fraktile der Verteilung das Ende der Ruheperiode darstellt. Der Mittelwert der Verteilung ergibt sich aus der empirischen Abschätzung für die Dauer der Initialisierungsphase der Hydratation. Es kann angenommen werden, dass diese Zeitspanne abhängig ist von der Temperatur, dem Wasseranspruch des Zements und der Zugabe von Zusatzmitteln und Zusatzstoffen. All dies sind Faktoren, die die Dispersion des Zements im Wasser oder die Hydratation beeinflussen. Untersuchungen, die eine Konkretisierung des Modells in diesem Punkt zulassen würden, liegen dem Verfasser jedoch nicht vor. Als einziger Parameter wird die Frischbetontemperatur über den Ansatz von ARRHENIUS berücksichtigt. Für die Berechnung bedeutet die Verteilung, dass mehrere Penetrationsberechnungen parallel durchgeführt werden, die sich in ihrer Startzeit unterscheiden. Der Hydratationsgrad zum Zeitpunkt t ergibt sich durch die Summation der Hydratationsgrade der einzelnen Penetrationsberechnungen mit der jeweiligen Verteilungsdichte.

$${}^t\alpha_{Cem} = \sum_j^{n_t} f_j \alpha_j^g \quad (4.34)$$

mit

$$f_j = \frac{1}{\pi\sigma} \int_{t^j - \Delta t}^{t^j + \Delta t} \exp - \frac{(x - \sigma)}{2} dx \quad (4.35)$$

4.3.3.4 Mischungsbedingungen

Zur Ermittlung der Wärmefreisetzung wird der Zuwachs des Hydratationsgrades mit dem Zementgehalt und der Wärmemenge des Zements multipliziert und durch das Zeitinkrement dividiert. In den bisherigen Betrachtungen ist noch nicht berücksichtigt, dass die Reaktion durch einen ungenügenden Wassergehalt zum Erliegen kommt. Die Verknappung des Wassers, die auch schon oberhalb des Grenzwertes von 0,42 zu einer Abminderung der Hydratation führt, muss in einem geeigneten Algorithmus erfasst werden. In dem Modell wird hierzu eine Volumenbilanzierung vorgeschlagen.

$$V_w = \frac{w/z - \alpha(t) \cdot 0,42}{1/\rho_{Cem} + w/z} \quad (4.36)$$

$$V_{Cem,unhyd.} = \frac{1 - \alpha}{1 + \rho_{Cem} \cdot w/z} \quad \text{für } w/z \geq 0,42 \quad (4.37)$$

$$V_{Cem,unhyd.} = \frac{1 - \alpha \cdot \frac{w}{0,42 \cdot z}}{1 + \rho_{Cem} \cdot w/z} \quad \text{für } w/z < 0,42 \quad (4.38)$$

Der Zementgehalt zur Berechnung der Gesamtwärmefreisetzung wird mit folgendem empirischen Ansatz abgemindert:

$$f_h = \left(\frac{V_w}{1 - V_{Cem,unhyd.}} \right)^{(0,9 - w/z)} \quad (4.39)$$

Die Basis der Potenz (Gl. 4.39) gibt den Volumenanteil des Wassers im Porenraum des hydratisierenden Zementleims an. Je geringer der Anteil ist, desto stärker wird der Hydratationszuwachs abgemindert. Die Untersuchungen zur Berücksichtigung des Einflusses des Wassergehalts haben gezeigt, dass durch die Potenzierung des Ausdruckes mit einem Exponenten kleiner 1 eine bessere Anpassung an die beobachteten Phänomene möglich ist. Mit diesem Ansatz werden die Umgebungsbedingungen, die den Hydratationsverlauf beeinflussen, nicht erfasst. Um diese angemessen zu berücksichtigen, müsste eine Berechnung der Feuchtfelder durchgeführt werden [38, 49].

4.3.3.5 Kalibrierung des Modells

Die bestimmenden Parameter des Modells sind die Koeffizienten der Differentialgleichung (Gl. 4.26). Da die Werte keine naturwissenschaftliche Bedeutung haben, sind sie empirisch zu ermitteln. Als Basis für diese Aufgabe dienen in der Literatur veröffentlichte Ergebnisse kalorimetrischer Versuche [84, 42]. Für die Nachrechnung der Versuche werden die Eingangsdaten gemäß Tabelle 4.3 benötigt. Die Parameter sollen so eingestellt werden, dass sie versuchsunabhängig sind. Damit werden natürlich die Versuche nur im Mittel richtig erfasst, aber für die

Bauteilberechnung kann ein versuchsunabhängiges Berechnungsmodell geschaffen werden. In dieser Arbeit sind die Kalibrierungen bewusst nicht mit Hochleistungsbeton durchgeführt worden. Die Berechnungen am Bauteil zeigen jedoch, das mit den gefundenen Koeffizienten für die Differentialgleichung auch der Hochleistungsbeton erfasst werden kann.

Zur Messung der Hydratationswärmeentwicklung gibt es verschiedene Methoden, die sich in den thermischen Lagerungsbedingungen, der Art der Probe und der Methode zur Bestimmung der Wärmemenge unterscheiden. Zur Kalibrierung des Modells wird auf folgende Verfahren zurückgegriffen:

Isotherme Lösungskalorimetrie

Eine Zementleimprobe mit einem Wasserzementwert $w/z=0,4$ erhärtet unter isothermen Erhärtingsbedingungen, das heißt, die freigesetzte Wärmemenge wird abgeführt, so dass die Proben temperatur i.R. konstant $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ beträgt. Nach 1,3,7 und 28 Tagen wird in einem Lösungskalorimeter die Lösungswärme beim Auflösen einer Probe hydratisierenden und unhydratisierten Zements in einer Salpeter- und Flusssäure gemessen. Die Differenz entspricht der freigesetzten Hydratationswärme. Der Versuch wird vornehmlich zur Überprüfung und zum Vergleich unterschiedlicher Zemente angewendet. In Tab. 4.3 sind die Prüfergebnisse deutscher Zemente aufgeführt. Es werden für die Zemente die neuen Bezeichnungen nach DIN 1164 [23] verwendet. In den Bildern 4.7 und 4.8 sind die zeitlichen Verläufe für verschiedene Portlandzemente, für die

Tabelle 4.4: Hydratationswärme deutscher Zemente, bestimmt als Lösungswärme nach DIN 1164 Teil 8 [42]

Zementfestigkeits- klasse	Hydratationswärme in J/g nach			
	1 Tag	2 Tagen	7 Tagen	28 Tagen
32,5	60 – 175	125 – 250	150 – 300	200 – 375
32,5 R; 42,5	125 – 200	200 – 335	275 – 375	300 – 425
42,5 R; 52,5 R	200 – 275	300 – 350	325 – 375	375 – 425

die notwendigen Daten vorliegen, dargestellt. Als Orientierung sind die Werte gemäß Tabelle 4.4 gekennzeichnet. Auch wenn insbesondere bei dem CEM I 42,5 die Werte nicht genau erreicht werden, so zeigen sich doch die qualitativen Unterschiede zwischen den beiden Zementklassen. Durch die Modifikation der Berechnungsparameter kann zwar auch ein steilerer Anstieg simuliert werden, dann ergeben sich jedoch bei den Nachrechnungen der Betonmischungen größere Abweichungen. Mit den Berechnungsparametern, die diesen Berechnungen zugrunde liegen, konnten die besten Erfahrungen gesammelt werden.

Adiabatische Kalorimetrie

Mit der adiabatischen Kalorimetrie wird die Wärmeentwicklung einer Betonmischung untersucht. Hierzu wird eine Probe in ein Gefäß gefüllt, das in einen weiteren Behälter gestellt wird. Durch mess- und regelungstechnische Vorrichtungen wird die Temperatur des die Betonprobe umgebenden Mediums so gesteuert, dass kein Wärmefluss zwischen der Probe und dem Medium stattfindet. Anhand der gemessenen Betontemperaturen kann dann über die thermischen

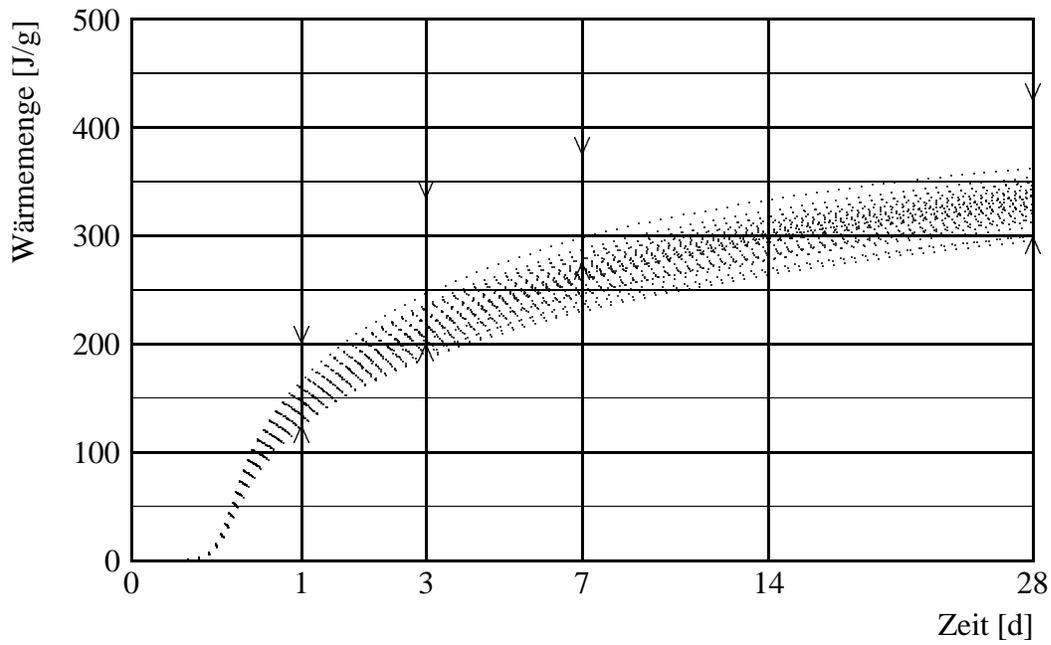


Bild 4.7: Nachrechnung isotherme Kalorimetrie für CEM I 32,5

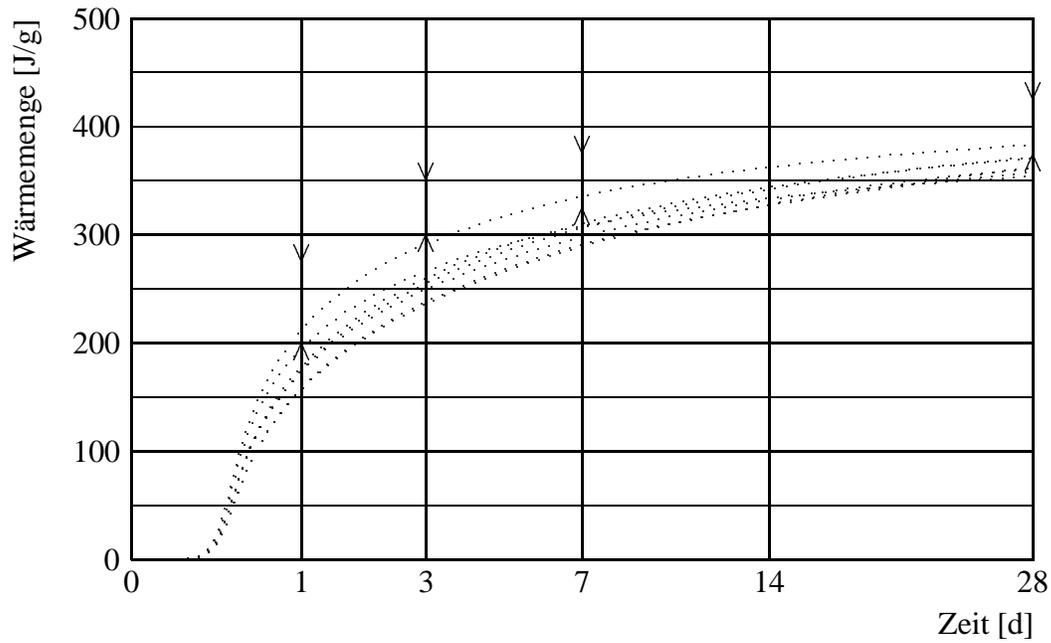


Bild 4.8: Nachrechnung isotherme Kalorimetrie für CEM I 42,5

Eigenschaften der Probe die Hydratationswärme ermittelt werden. Da sich bei diesem Versuch die Charakteristik des Zements mit Einflüssen aus der Mischung überlagern, sind die Ergebnisse sehr Mischungsspezifisch. Für die Behandlung konkreter Objekte hat dieses Vorgehen zweifellos Vorteile.

In den Bildern 4.9 und 4.10 sind Nachrechnungen von adiabatischen Versuchen dargestellt. Die wesentlichen Eingangsparameter sind in Tabelle 4.5 zusammengestellt. In Bild 4.11 sind

Tabelle 4.5: Berechnungsparameter für Versuchsnachrechnung

Beton		1	2
Rechnerische Wärmemenge	[J/g]	457,4	497,5
Lageparameter	[μm]	12,45	13,5
Steigungsmaß		0,945	0,972
Zementgehalt	[kg/m ³]	371	278
Wassergehalt	[kg/m ³]	202	167
Zuschlagsgehalt	[kg/m ³]	1782	1887
Wärmekapazität	[kJ/K]	2407	2256

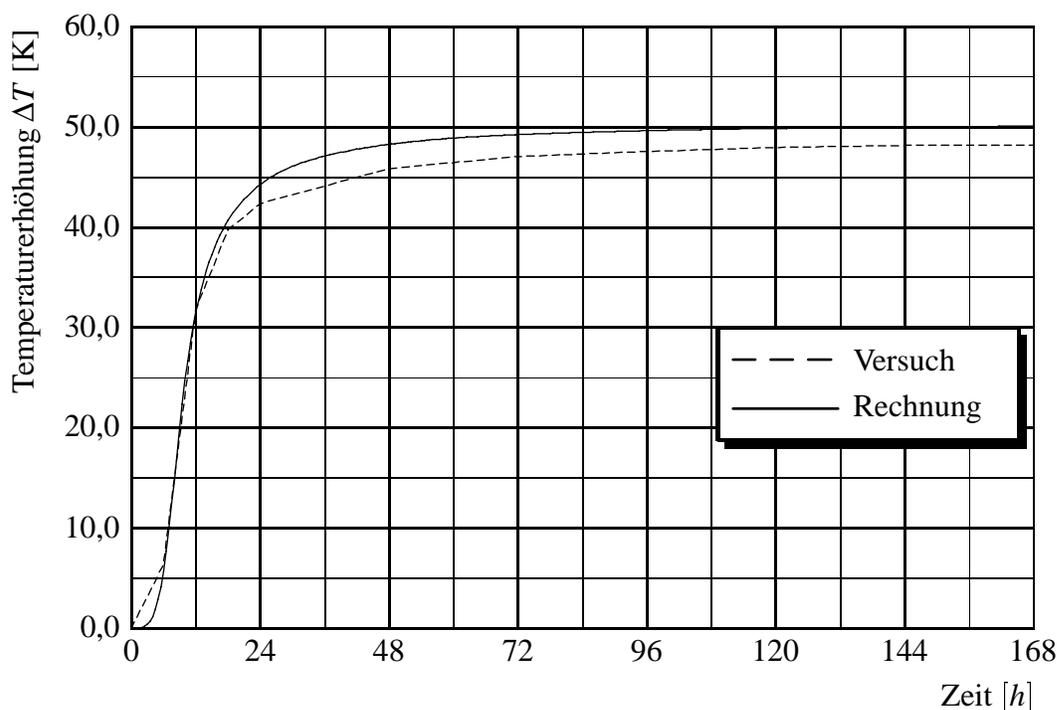


Bild 4.9: Nachrechnung adiabatischer Versuch für Beton 1

adiabatische Temperaturverläufe berechnet, bei denen der Zement- und Wassergehalt variiert. Die Kurven verändern sich nicht nur proportional zum Zementgehalt, sondern sie werden auch durch den Wassergehalt beeinflusst. Besonders deutlich wird dies beim Vergleich der beiden Kurven für die Mischungen mit 370 kg/m³ Zementgehalt. Der Beton mit dem geringeren Wassergehalt steigt zunächst steiler an, verflacht dann jedoch früher und erreicht eine geringere End-

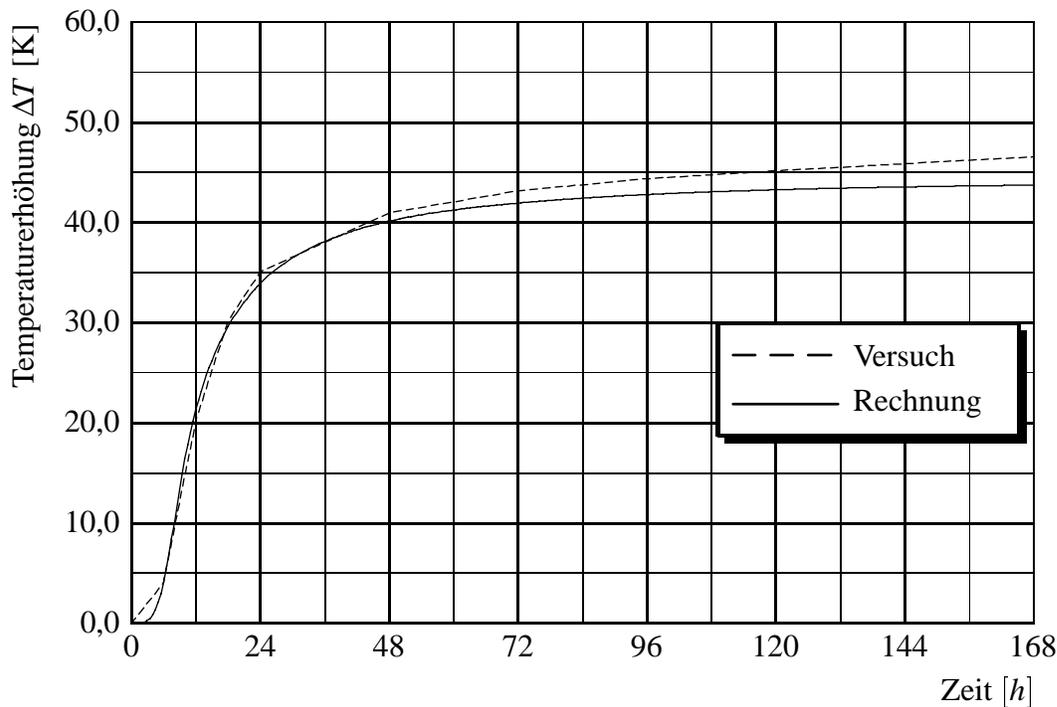


Bild 4.10: Nachrechnung adiabatischer Versuch für Beton 2

temperatur. HINTZEN hat mit den gleichen Parametern diese Beobachtungen an Versuchen festgestellt [42]. Zur Verdeutlichung des Einflusses der Frischbetontemperatur sind in Bild 4.12 drei Verläufe mit unterschiedlichen Anfangstemperaturen dargestellt. Das Bild zeigt, dass durch die Frischbetontemperatur der Verlauf verändert wird und nicht der Endwert. SCHOEPEL zeigt diese Effekte in [84] an adiabatischen Laborversuchen. Die Berechnungen legen dar, dass mit dem entwickelten mathematischen Modell unterschiedliche Einflüsse auf den Hydratationsverlauf anhand einiger verfügbarer Daten simuliert werden können. Für die Berechnung der Temperaturbelastung von Bauwerken konnte damit ein effektives Berechnungsmodell geschaffen werden. Die Güte des Berechnungsmodells kann durch zusätzliche Versuchsnachrechnungen verbessert werden.

4.4 Wärmeübergang an den Bauteiloberflächen

4.4.1 Vorbemerkungen

Atmosphärische Umweltbedingungen wirken nicht nur als Last in Form des Windes, sondern auch als aufgezwungene Verformung infolge Änderung des thermischen Zustandes auf Tragwerke ein. Diese Erkenntnis ist insbesondere für den Brückenbau durch entsprechende Regelungen in den einschlägigen Normen (DIN 1072 [21], ENV 1991-3 [29]) dokumentiert. Da die thermischen Einwirkungen sich aus mehreren Faktoren zusammensetzen und für die Tragwerksbelastung die Verformungsreaktion ermittelt werden muss, sind in den Normen nicht die ursächlichen atmosphärischen Größen, sondern resultierende Bauwerkstemperaturen angegeben. Dies sind eine Temperatur in der Schwereachse, mit der Längenänderungen untersucht werden, und eine

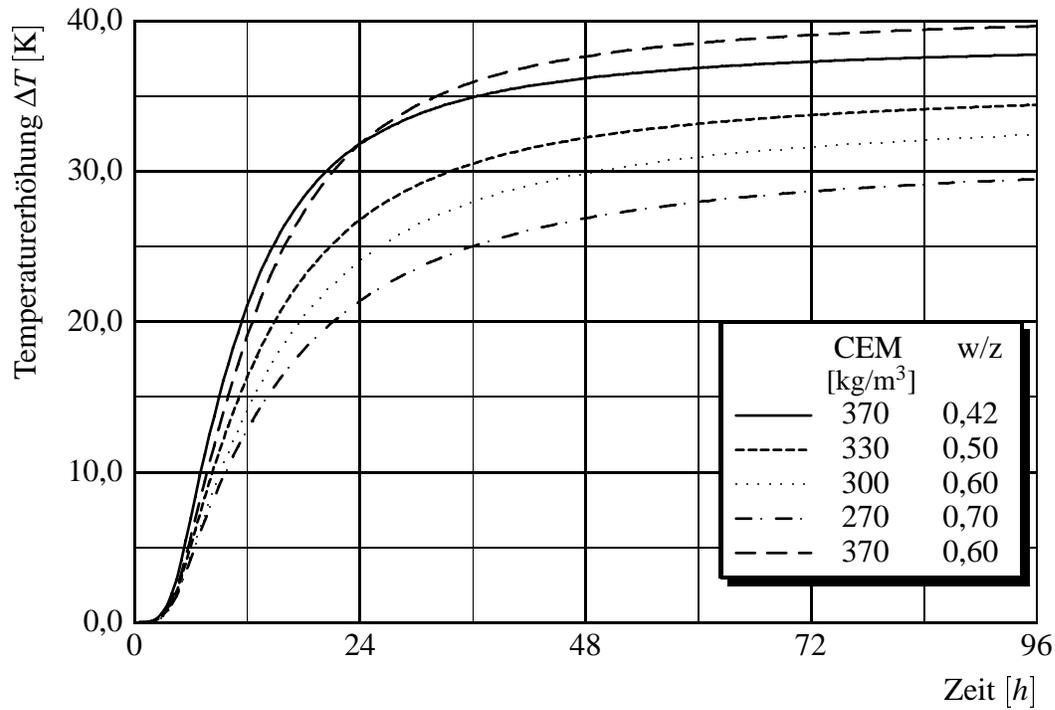


Bild 4.11: Berechnungen mit Variationen des Zement- und Wassergehaltes

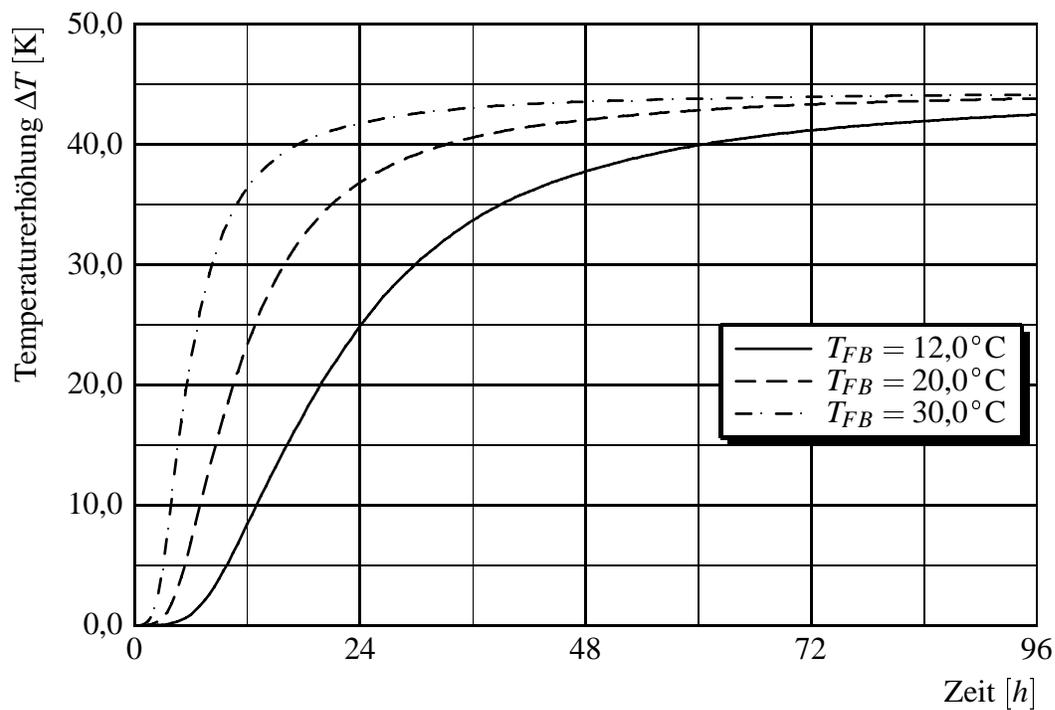


Bild 4.12: Berechnungen mit Variationen der Frischbetontemperatur

Temperaturdifferenz zwischen den Querschnittsrändern, aus der sich eine Verkrümmung ergibt, die bei statisch unbestimmter Lagerung Zwangsschnittgrößen verursacht. Es sind somit Konventionen vorhanden, mit denen für bestimmte Grenzzustände Bauwerksreaktionen generiert werden können, die adäquat sind zu denen infolge der tatsächlichen Einwirkungen. Ein Rückschluss auf die in der Wirklichkeit vorhandene Einwirkung ist nicht möglich. Für Nachweise oder Untersuchungen, die nicht geregelt sind, können die Angaben nicht übernommen werden, so dass die thermischen Reaktionen des Bauteils bestimmt werden müssen.

Die primären atmosphärischen Faktoren sind die Lufttemperatur, die Windgeschwindigkeit und die Sonnenstrahlung. Diese Einwirkungen werden über die Randbedingungen in die Wärmeberechnung eingebunden. Im Folgenden werden diese einzelnen Elemente dargestellt. Die meteorologischen Sachverhalte werden dabei nur soweit erklärt, wie sie für die Wärmeberechnung relevant sind.

4.4.2 Wärmeübertragung durch Konvektion

Die Wärmeübertragung in der Grenzschicht zwischen einem festen Körper und einem Gas kann vereinfacht mit dem NEWTONSchen Abkühlungsgesetz beschrieben werden.

$$q = \alpha_k (\vartheta_L - \vartheta_O) \quad (4.40)$$

Die Qualität dieser mathematischen Beschreibung des Wärmetransports hängt von dem Wärmeübergangskoeffizienten α_k ab, der von den physikalischen Eigenschaften und Zuständen des strömenden Mediums, der Beschaffenheit und Orientierung der Oberfläche des Körpers sowie dem Temperaturunterschied zwischen dem Körper und dem umgebenden Medium beeinflusst wird. Analog zur beschriebenen physikalischen Differenzierung kann der Faktor α_k in die Anteile α_{FK} für die freie und α_{ZK} für die erzwungene Konvektion aufgeteilt werden. Grundlegende Betrachtungen zur Größe des Konvektionskoeffizienten bei Brückenbauwerken, die insgesamt auf Außenbauteile übertragbar sind, wurden von KEHLBECK in [46] durchgeführt.

4.4.2.1 Freie Konvektion

Die freie Konvektion ist abhängig von den Temperaturverhältnissen in der Grenzfläche und der Orientierung der Fläche. Für vertikale Flächen wurde folgender empirischer Ansatz entwickelt, der sich auch näherungsweise für horizontale Flächen eignet [46].

$$\alpha_{FK} = 2,6 \cdot \sqrt[4]{\vartheta} \quad (4.41)$$

In [32] sind Ansätze aufgeführt, mit denen die Neigung der Fläche berücksichtigt wird.

- Vertikale Fläche

$$\alpha_{FK} = 9,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta_L}} \quad (4.42)$$

- Horizontale, nach oben gerichtete Fläche

$$\alpha_{FK} = 14,13 \cdot \sqrt[3]{\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta_L}} \quad (4.43)$$

- Horizontale, nach unten gerichtete Fläche

$$\alpha_{FK} = 1,84 \cdot \sqrt[5]{\frac{\Delta\vartheta \cdot l_A^2}{\vartheta_L}} \quad (4.44)$$

4.4.3 Erzwungene Konvektion

Die erzwungene Konvektion bei Außenbauteilen ist abhängig von der Windgeschwindigkeit. Für die Bestimmung des Konvektionskoeffizienten sind folgende Ansätze veröffentlicht.

$$\alpha_{ZK} = 4 \cdot v \quad \text{für } v \leq 5 \text{ m/s} \quad (4.45)$$

$$\alpha_{ZK} = 7,15 \cdot v^{0,78} \quad \text{für } v > 5 \text{ m/s} \quad (4.46)$$

Bei den in der Literatur veröffentlichten Berechnungen von Temperaturfeldern bei Brückenbauwerken wird oftmals eine konstante Windgeschwindigkeit angenommen. Der Wert richtet sich entweder nach dem Mittelwert der Windgeschwindigkeit des Monats, in den der Betrachtungszeitraum fällt [73] oder es wird einfach ein konstanter niedriger Wert von $v = 1,0$ m/s angenommen [57]. Mit der Annahme eines niedrigen Wertes wird der Anteil der konvektiven Wärmeübertragung gegenüber der Strahlung geringer gewichtet. Dies führt in den meisten Fällen zu höheren Werten für die Temperaturgradienten, deren Extremalwert in den betreffenden Studien untersucht wurde. Aufgrund der Zieldefinition liegen eventuelle Ungenauigkeiten auf der sicheren Seite. Es ist aber zu beachten, dass bei der Ermittlung der Eigenspannungen hierdurch Fehler auf der unsicheren Seite auftreten können, wenn insbesondere Abkühlvorgänge in den Randbereichen der Querschnitte unterschätzt werden.

4.4.3.1 Gesamtkonvektionskoeffizient

Nach [46] kann der Koeffizient für die freie Konvektion nach Gl. 4.41 und der Koeffizient für die erzwungene Konvektion linear addiert werden.

$$\alpha_K = \alpha_{FK} + \alpha_{ZK} \quad (4.47)$$

Für die Ermittlung des Gesamtkoeffizienten mit den Anteilen nach Gl. 4.42 bis 4.44 und Gl. 4.45 ist in [32] folgender Ansatz vorgesehen:

$$\alpha_k = \sqrt[3]{\alpha_{FK}^3 + \alpha_{ZK}^3} \quad (4.48)$$

4.4.4 Wärmeübertragung durch Strahlung

4.4.4.1 Allgemeines

Von der Oberfläche eines Bauteils werden kurz- und langwellige Strahlungen aufgenommen. Die originäre Quelle für den überwiegenden Teil dieser Strahlungen ist die Sonne. Der Betrag der extraterrestrischen Strahlung wird in der Meteorologie durch die Solarkonstante E_0 angegeben. Bedingt durch die elliptische Umlaufbahn der Erde um die Sonne und die daraus resultierende Änderung des Abstands Sonne–Erde schwankt der Wert im Laufe eines Jahres um den Mittelwert 1370 W/m^2 .

Gegenüber dieser Strahlung hat die Atmosphäre der Erde die typischen Eigenschaften eines Körpers – die Sonnenstrahlung wird in Teilen durchgelassen, reflektiert und absorbiert. Die Aufteilung ist abhängig von der Zusammensetzung der Atmosphäre. Im Gegensatz zu einem festen Körper finden diese Reaktionen nicht an einer Trennschicht statt, sondern kontinuierlich innerhalb der Materie. Die Reflexion der Wellen an Sauerstoff- und Stickstoffmolekülen führt zu einer Streuung des Lichts. Diese Streuung wird als RAYLEIGH–Streuung bezeichnet. Der vom Wasserstoff, Ozon und anderen Stoffen absorbierte Teil der Strahlen erwärmt die Atmosphäre, so dass wiederum langwellige Wärmestrahlen diffus ausgesendet werden. Die Erdoberfläche ihrerseits reflektiert in Abhängigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit Strahlungen, so dass sich Mehrfachreflexionen zwischen Atmosphäre und Erdoberfläche ergeben, und absorbiert den anderen Teil, wodurch wiederum Wärmestrahlen entstehen. Befinden sich Wolken am Himmel, so beteiligen sich diese an den Vorgängen. Aufgrund der beschriebenen Zusammenhänge sind folgende Strahlungsanteile bei der Wärmeberechnung zu berücksichtigen:

- Direkte Sonnenstrahlung
- Diffuse Sonnenstrahlung
- Reflexion der Globalstrahlung an der Erdoberfläche
- Atmosphärische Gegenstrahlung
- Reflexion der Gegenstrahlung
- Abstrahlung der terrestrischen Umgebung

Die Bestimmung der Strahlungsanteile ist eine meteorologische Fragestellung und wird daher im Rahmen der Arbeit nicht weiter verfolgt. Weiterführende Informationen sind in [44] [87] zu finden. Für die Berechnung der Temperaturfelder sind die verschiedenen Strahlungsanteile unterschiedlich zu berücksichtigen. Damit setzt sich diese Arbeit auseinander.

4.4.4.2 Kurzwellige Sonnenstrahlung

Die kurzwellige Strahlung hängt unmittelbar von der Sonne ab. Nur in der Periode zwischen Sonnenaufgang und –untergang werden sie auf der Erde registriert. Die Meteorologie unterscheidet zwischen direkter und diffuser Sonnenstrahlung. Zusammengefasst werden sie als Globalstrahlung bezeichnet. Auf vielen Bauteiloberflächen sind zusätzlich Reflexionen der Globalstrahlung an der Erdoberfläche oder anderen Bauteilen zu berücksichtigen. Für die Berechnung

der Temperaturfelder haben alle drei Strahlungsarten eine unterschiedliche Charakteristik. Mit

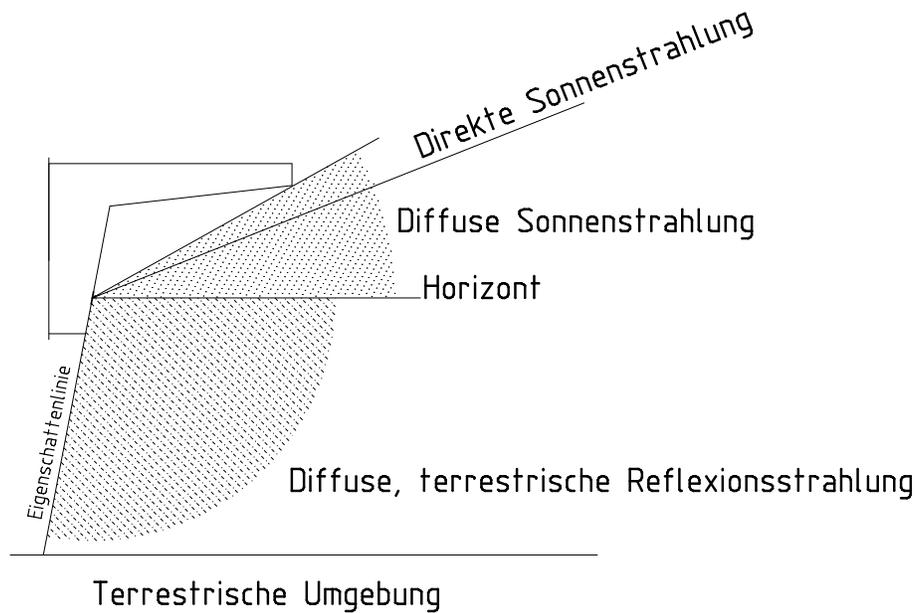


Bild 4.13: Strahlungsanteile

der Absorptionszahl ϵ_s für kurzwellige Strahlungen kann die Wärmestromdichte q infolge der Strahlungsdichte E auf der Oberfläche des Bauteils bestimmt werden.

$$q = \epsilon_s \cdot E \quad (4.49)$$

Für die materialabhängige Absorptionszahl ϵ_s sind in der Literatur Werte angeführt [32].

Direkte Sonnenstrahlung

Als direkte Sonnenstrahlung wird die Strahlung bezeichnet, die die Atmosphäre geradlinig durchdringt. Das herausragende Merkmal ist die eindeutige Richtung, die durch den Sonnenstand definiert ist. Der von einer Oberfläche rezipierte Anteil der Strahlung hängt von der Beschaffenheit und der räumlichen Ausrichtung ab. Für die Wärmeberechnung muss daher der Sonnenstand bestimmt und in Bezug auf die räumliche Ausrichtung der zu untersuchenden Oberfläche analysiert werden.

Die geometrische Sonnenausrichtung wird durch die Sonnenhöhe $h_s(t)$ und den Sonnena-zimut $a_s(t)$ beschrieben. Diese Werte können anhand des Tages und der lokalen Uhrzeit mit folgenden Ansätzen berechnet werden [44].

Sonnenhöhe:

$$h_s(t) = \arcsin(\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \tau) \quad (4.50)$$

mit

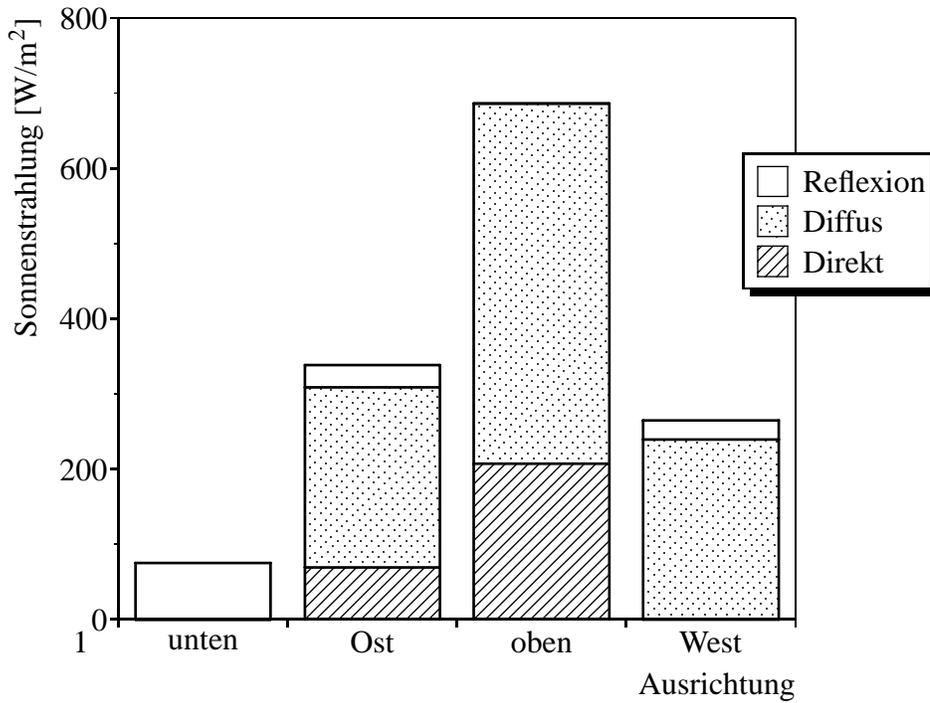


Bild 4.14: Strahlungsanteile auf verschieden orientierten Flächen

φ Geometrische Breite

$\delta(d)$ Sonnendeklination

$$\delta(n) = 23,45 \frac{\pi}{180} \sin\left(2\pi \frac{284 + n}{365}\right) \quad (4.51)$$

n Nummer des Tages im Jahr

τ Tagesstundenwinkel

$$\tau = \frac{\pi}{12} t - \pi \quad (4.52)$$

Sonnenazimut:

$$a_s(t) = \arcsin\left(\frac{\cos \delta \sin \tau}{\cos h(t)}\right) \quad (4.53)$$

Anhand der geometrischen Werte kann ein Vektor geschrieben werden, der die Richtung der

Sonne im Raum beschreibt.

$$\mathbf{N}_s(\mathbf{t}) = \frac{\begin{bmatrix} \cos a_s(t) \\ \sin a_s(t) \\ \tan h(t) \end{bmatrix}}{\sqrt{\cos^2 a_s(t) + \sin^2 a_s(t) + \tan^2 h(t)}} \quad (4.54)$$

Für die Berücksichtigung der direkten Sonnenbestrahlung in der Berechnung wird nun der Sonnenvektor gebildet.

$$\mathbf{S}(\mathbf{t}) = I \mathbf{N}_s(\mathbf{t}) \quad (4.55)$$

Der Faktor E_{eFS} gibt die Bestrahlungsstärke durch die direkte Sonnenstrahlung auf einer Fläche orthogonal zu den Sonnenstrahlen an.

Mit Hilfe des Normalenvektors der Oberfläche des zu untersuchenden Bauteils (vgl. Kap. 4.2.5)

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

kann nun die Bestrahlungsstärke auf einer geneigten Fläche durch die Bildung des Skalarproduktes zwischen dem Sonnenvektor und dem Normalenvektor ermittelt werden.

$$I_\beta(t) = \mathbf{N} \cdot \mathbf{S}(\mathbf{t}) > 0,0 \quad (4.57)$$

Gegenüber den in der Literatur veröffentlichten trigonometrischen Ansätzen zur Bestimmung der Bestrahlungsstärke auf geneigten Flächen ist der hier gewählte Ansatz anschaulicher – das Skalarprodukt liefert die Projektion des einen Vektors auf den anderen – und für computerorientierte Berechnungen einfacher zu handhaben.

Bei gegliederten Bauteilen, z.B. Überbau mit Kragarm, kann durch Eigenschatten die Rezeptionsfläche gemindert werden. Zur Feststellung von Eigenabschattungen ist ein Algorithmus vorhanden, der überprüft, ob in Richtung des Sonnenvektors eine Querschnittsumrandung vorhanden ist.

4.4.4.3 Diffuse Sonnenstrahlung

Durch die Streuung in der Atmosphäre erreicht ein Teil der kurzwelligeren Strahlung die Erdoberfläche diffus. Mit der gebräuchlichen Annahme, dass diese Strahlung gleichmäßig über die Oberfläche der Hemisphäre verteilt ist, kann der Anteil, der von einer geneigten Fläche aufgenommen wird, vereinfacht mit dem Modell des Halbraums mit dem Einheitsradius $r = 1$ bestimmt werden. Die Bestrahlungsintensität E auf der Oberfläche der Halbkugel ergibt sich durch die Division des Betrags der horizontal gemessenen diffusen Sonnenstrahlung durch die Oberfläche der Halbkugel.

$$E = \frac{I_d}{2\pi} \quad (4.58)$$

Zur Ermittlung der diffusen Sonnenstrahlung auf der geneigten Fläche wird nun über den sichtbaren Anteil der Oberfläche des Halbraums integriert.

$$I_{D,\beta} = \frac{I_d}{2\pi} \int_{(\varphi)} \int_{(\delta)} \cos \delta \, d\delta \, d\varphi \quad (4.59)$$

Da der horizontale Winkel $\varphi = \pi$ beträgt, vereinfacht sich der Ansatz zu

$$I_{D,\beta} = \frac{I_d}{2} [\sin \beta]_{\beta_1}^{\beta_2} \quad (4.60)$$

Der Winkel β_2 ist die Neigung des Normalenvektors der bestrahlten Fläche zur horizontalen Ebene und für unbeschattete Flächen ist $\beta_1 = \pi$. Im Fall einer Abschattung verändern sich die Integrationsgrenzen von β_1 . Hierzu wird ein Algorithmus analog zur Abschattung bei der direkten Sonnenstrahlung verwendet.

4.4.4.4 Reflexionsstrahlung der terrestrischen Umgebung

Da die meisten natürlichen und künstlichen Stoffe einem grauen Strahler entsprechen, werden die zuvor beschriebenen direkten und diffusen Strahlungen teilweise reflektiert und gelangen wieder in die Atmosphäre, um dann als zusätzliche diffuse Sonnenstrahlen ausgesendet oder absorbiert zu werden. Diese zusätzlichen Strahlungen sind in den Messungen der diffusen Strahlungen oder in entsprechenden meteorologischen Rechenmodellen enthalten [40].

Die in der unmittelbaren Umgebung des Bauteils reflektierten Strahlungen erreichen zum Teil die Bauteiloberfläche direkt. Die meisten natürlichen und technischen Oberflächen reflektieren diffus. Eine Ausnahme bilden insbesondere Schnee- und Wasserflächen, auf die im Rahmen der Arbeit nicht eingegangen wird. Die Reflexionsstrahlung einer Fläche ergibt sich aus dem Reflexionskoeffizienten (Albedo) r , für den in der Literatur für verschiedene Oberflächen Werte angegeben sind, und der einfallenden Strahlung E , die von den geometrischen Verhältnissen abhängig ist.

$$I_r(t) = r \cdot E(t) \quad (4.61)$$

Der Strahlungsfluss von der terrestrischen Umgebung auf die Begrenzungsfläche des Körpers folgt dem *photometrischen Grundgesetz* [2] mit der Strahlungsdichte L_i , die von der Fläche dA_i ausgeht.

$$d^2\Phi_{ij} = L_i \frac{\cos\beta_i \cos\beta_j}{r^2} dA_i dA_j \quad (4.62)$$

Der Strahlungsfluss, der das Flächenelement dA_j erreicht, nimmt mit dem Quadrat des Abstands der beiden Flächen zueinander ab. Die Integration liefert dann die ausgetauschte Strahlung (vgl. Bild 4.15).

$$I_r = I \cdot r \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\beta_i \cos\beta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j \quad (4.63)$$

Eine analytische Lösung des Integrals ist im Allgemeinen nicht möglich, da die Strahlungsdichte der terrestrischen Umgebung aufgrund der Abschattung des Bauteils nicht gleichmäßig ist. Daher wird zur Lösung ein numerisches Verfahren gewählt, bei dem die terrestrische Umgebung in Flächenelemente unterteilt und der Strahlungsaustausch für die Einzelflächen bestimmt wird (vgl. Bild 4.15). Im Sinne einer wirtschaftlichen Berechnung muss die modellierte terrestrische Fläche auf eine effektive Größe begrenzt werden. In Bild 4.16 ist das Ergebnis einer Vorstudie dargestellt, in der untersucht wurde, in welchem geometrischen Umfang die terrestrische Umgebung für die Berechnung abgebildet werden muss. Hierzu wurde Gl. 4.61 für ein Oberflächenelement eines Körpers, das sich in der Höhe h oberhalb der terrestrischen Fläche befindet, ausgewertet. Die Oberfläche des Körpers und die terrestrische Umgebung sind parallel und orthogonal zueinander orientiert. Die Kurven geben für die beiden untersuchten Konstellationen die normierte Summenlinie in Abhängigkeit der Integrationsgrenze wieder. Aus der Darstellung lässt sich erkennen, dass bei orthogonal zueinander orientierten Flächen mit einer Fläche, die durch den Radius mit der Länge der fünffachen Höhe h umschrieben werden kann, etwa 96% der Reflexionsstrahlung erfasst werden. Für die weitere Berechnung muss nun die Bestrahlung der

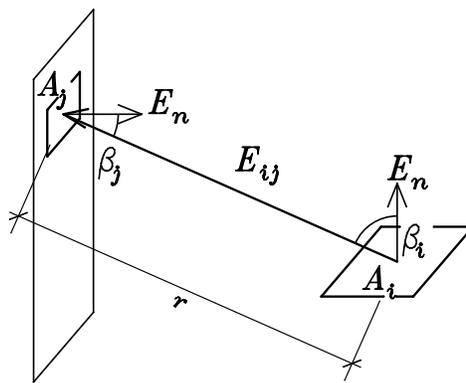


Bild 4.15: Geometrische Beziehungen zur Bestimmung des Strahlenflusses

einzelnen Flächenelemente ermittelt werden. Das prinzipielle Vorgehen ist in Bild 4.17 dargestellt. Der Baukörper wird mit vereinfachten Konturen als Schattenkörper oberhalb der terrestrischen Fläche positioniert. Die Konturen des Körpers und die Lage werden programmintern aus ausgewählten Knoten und dem Orientierungsvektor festgelegt. Für die direkte Sonnenstrahlung muss nur untersucht werden, ob der Sonnenvektor von dem einzelnen terrestrischen Element aus betrachtet, den Schattenkörper durchdringt. In dem Fall ist das Element abgeschattet. Die rechnerische Überprüfung der Durchdringung erfolgt in zwei Schritten.

1. Bestimmung des Schnittpunkts der Geraden mit den Flächen, die aus den Kanten des Schattenkörpers gebildet werden, mit den Methoden der analytischen Geometrie.
2. Überprüfung, ob der Schnittpunkt innerhalb des Gebietes liegt, indem die jeweilige Seitenfläche des Körpers als isoparametrisches Element aufgefasst und die natürlichen Koordinaten des Schnittpunkts bestimmt werden. Sind diese kleiner 1, so liegt der Schnittpunkt in der Fläche. Der Vorteil der Methode ist, dass Interpolationen bei schiefwinkligen Begrenzungen formal ablaufen.

Die Berechnung muss bei jedem neuen Zeitschritt erneut durchgeführt werden. Das Ergebnis des

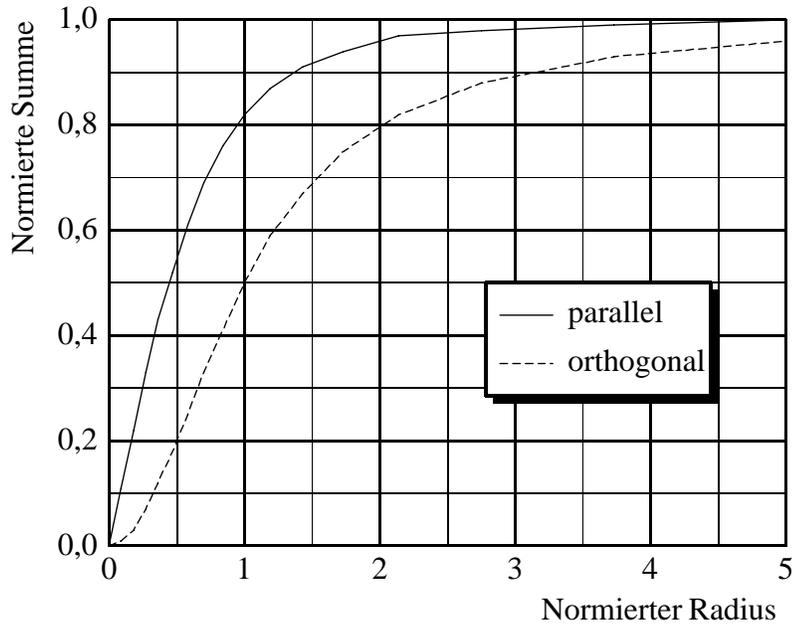


Bild 4.16: Bezogene Summenlinie der Reflexionsstrahlung

Algorithmus ist die Schattenfläche des Körpers, für den die Wärmeberechnung durchgeführt wird, auf dem terrestrischen Umfeld.

Aber auch die diffuse Sonnenstrahlung, die die terrestrische Umgebung erreicht, wird durch Körper beeinträchtigt. Es muss daher für diese Strahlung der Bereich des Himmelsgewölbes bestimmt werden, der von dem jeweiligen terrestrischen Element aus gesehen werden kann. Theoretisch ist dies durch einen analytischen Ansatz wie unter 4.4.4.3 vorgestellt möglich, aber die Integrationsgrenzen können so komplex sein, dass eine numerische Integration vorteilhaft gegenüber einem formalen Weg ist. Die Oberfläche des Einheitshalbraums lässt sich mit den Kugelkoordinaten darstellen.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \varphi \cos \delta \\ r \sin \varphi \cos \delta \\ r \sin \delta \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Nach der Theorie der Vektoranalysis kann die Oberfläche auf der Basis der Kugelkoordinaten berechnet werden mit [12]

$$A_{sp}(\varphi, \delta) = \int_{\varphi} \int_{\delta} \left| \frac{\partial f(\varphi, \delta)}{\partial \varphi} \times \frac{\partial f(\varphi, \delta)}{\partial \delta} \right| d\varphi d\delta \quad (4.65)$$

Dieses Integral wird nun numerisch für jedes terrestrische Element ausgewertet. Um die Abschätzung zu berücksichtigen, wird bei jedem Summanden analog zum obigen Vorgehen untersucht, ob der zugehörige Vektor den Schattenkörper durchdringt. Das Verhältnis der Fläche A_{sp} zur Oberfläche der Halbkugel multipliziert mit der gemessenen diffusen Strahlung ergibt die diffuse Strahlung, die das terrestrische Element erreicht. In Bild 4.18 sind die Faktoren für das Umfeld eines Pfeilers, wie beim Projekt Buchloe, dargestellt. Nachdem die Rezeption der terrestrischen Umgebung bestimmt ist, erfolgt die eigentliche Ermittlung der Reflexionsstrahlung. Hierzu wird

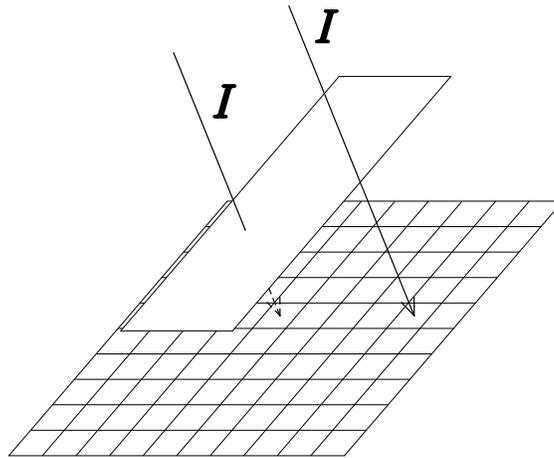


Bild 4.17: Prinzip der Abschattung der terrestrischen Umgebung durch das Bauteil

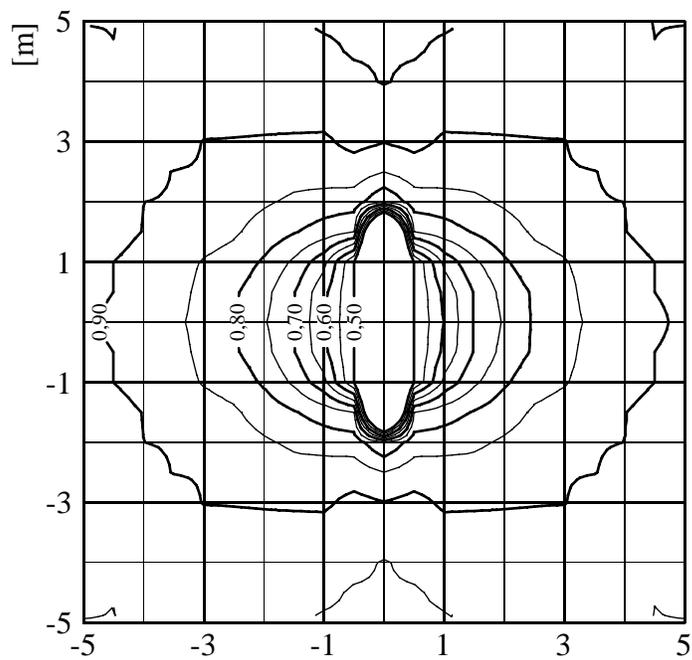


Bild 4.18: Rezeptionsfaktoren für die diffuse Strahlung der terrestrischen Umgebung des Pfeilers

Gl.4.65 numerisch über alle terrestrischen Flächenelemente unter Berücksichtigung der Abschattung ausgewertet.

Die Abschattung wird ermittelt über eine Kontrollebene. Zur Konstruktion dieser Ebene wird zunächst die Gerade bestimmt, die durch den Körperpunkt, für den die Reflexionsstrahlung berechnet werden soll, und die Körperkante, die für die Abschattung verantwortlich ist, verläuft. Der Schnittpunkt der Geraden mit der terrestrischen Ebene und der Orientierungsvektor (vgl. Kap.4.2.4) beschreiben die Kontrollebene. Durch die Verwendung des Orientierungsvektors der betrachteten Körperscheibe ist gesichert, dass die Kontrollebene und die Körperachse parallel verlaufen. Die Schnittgeraden der Kontrollebene mit der terrestrischen Umgebung grenzt den Teil der terrestrischen Umgebung ab, der von dem Körperpunkt aus nicht eingesehen werden kann. Bei der Integration über die terrestrische Fläche wird der Schnittpunkt der Verbindungsgeraden zwischen den beiden korrespondierenden Elementen (vgl. Bild 4.19) und der Kontrollebene gebildet. Liegt der Schnittpunkt oberhalb der terrestrischen Ebene ist eine Abschattung gegeben.

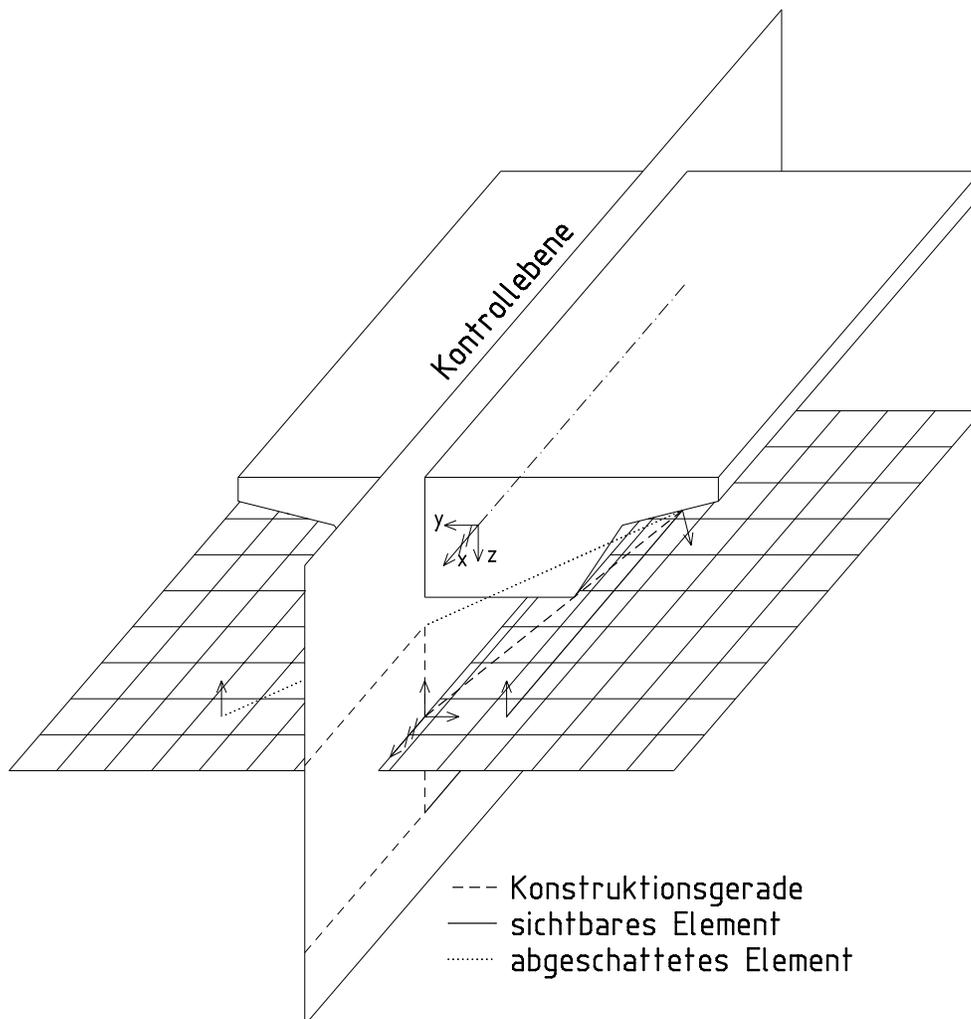


Bild 4.19: Ermittlung der Abschattung der terrestrischen Umgebung durch Körperkanten

4.4.4.5 Langwellige Strahlungen

Körper senden in Abhängigkeit von ihrer Temperatur langwellige Strahlungen aus. Für die Berechnung der Temperaturfelder sind diese Strahlungen der Atmosphäre und der terrestrischen Umgebung zu berücksichtigen. Im Gegensatz zu den kurzwelligen Strahlungen, die unmittelbar mit der Sonnenstrahlung zusammenhängen, sind die langwelligen Strahlungen immer vorhanden. Nach SCHULZ haben die langwelligen Strahlungen einen höheren Anteil an der gesamten Strahlungsbilanz als die kurzwelligen [87].

Atmosphärische Gegenstrahlung

In der Beschreibung der Beeinflussung der Sonnenstrahlung durch die Atmosphäre wurde darauf hingewiesen, dass ein Teil der Strahlungen absorbiert wird. Die dadurch erwärmten Bestandteile der Atmosphäre strahlen nun ihrerseits gemäß dem Strahlungsgesetz elektromagnetische Wellen ab. Die Strahlungscharakteristik entspricht der eines Graustrahlers [87]. Nach SCHULZ kann zur Bestimmung der Wärmestromdichte

$$q_{SA}(t) = \epsilon_A \cdot \sigma (\vartheta_L(t))^4 \quad (4.66)$$

geschrieben werden. Für die Temperatur der Atmosphäre wird vereinfacht die bodennah gemessene Lufttemperatur ϑ_L eingesetzt [87]. Der Emissionskoeffizient ϵ_A beträgt nach SCHULZ 0,82 für den wolkenlosen und 0,94 für den bewölkten Himmel. Analog zur diffusen Himmelsstrahlung wird der Anteil der atmosphärischen Gegenstrahlung, der auf eine geneigte Fläche auftrifft, vermindert. Zur Berücksichtigung der Neigung der Fläche gegenüber der Horizontalen β wird Gl. 4.66 um einen trigonometrischen Faktor erweitert [46]

$$q_{SA}(t) = \epsilon_A \cdot \sigma (\vartheta_L(t))^4 \cdot \sin^2 \frac{\beta}{2} \quad (4.67)$$

4.4.4.6 Wärmestrahlung der terrestrischen Umgebung

Für die langwelligen Strahlungen der terrestrischen Umgebung ist in [87] ein empirisch ermittelter Ansatz vorgeschlagen.

$$q_{SU}(t) = 0,99 \cdot \sigma (\vartheta_L(t))^4 \quad (4.68)$$

Für die Oberflächentemperatur der terrestrischen Umgebung wird die Lufttemperatur angesetzt. Für geneigte Flächen wird analog zu Gl. 4.67 geschrieben

$$q_{SU}(t) = 0,99 \cdot c_s (\vartheta_L(t))^4 \cdot \cos^2 \frac{\beta}{2} \quad (4.69)$$

4.4.4.7 Berücksichtigung der beiden Wärmestrahlungen in der Wärmeberechnung

Die Gleichungen für die atmosphärische Gegenstrahlung und die Ausstrahlung der terrestrischen Umgebung nehmen beide Bezug auf die Außenlufttemperatur. Damit werden Vereinfachungen vorgenommen, die die physikalischen Grundlagen nur unzureichend abbilden. Es stellt

sich die Frage, ob es sinnvoll ist, in der Wärmeberechnung zwischen den beiden Strahlungsvarianten zu differenzieren.

Der Wärmestrom zwischen zwei Flächen ergibt sich zu

$$q_i = \epsilon_{ij} A_i \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (4.70)$$

mit der Strahlungsaustauschzahl ϵ_{ij} , für die gilt

$$\frac{1}{\epsilon_{ij}} = \frac{1}{f_{ij}} + \frac{1}{\epsilon_i} - 1 + \frac{A_i}{A_j} \left(\frac{1}{\epsilon_i} - 1 \right) \quad (4.71)$$

In der Gleichung ist f_{ij} der Sichtbarkeitsfaktor zwischen den beiden Flächen, deren Strahlungsaustausch bestimmt wird [2]. Sowohl für die atmosphärische Gegenstrahlung als auch für die terrestrische Abstrahlung kann angenommen werden, dass die Fläche A_j sehr viel größer ist als die Fläche des Bauteils A_i $f_{ij} = 1$. Damit folgt aus Gl. 4.71 $\epsilon_{ij} = \epsilon_i$ für die Gl. 4.70. Zur Wärmeberechnung kann daher für die beiden Strahlungsarten geschrieben werden

$$q = \epsilon_o A_o \sigma (T_o^4 - T_L^4) \quad (4.72)$$

Für die Strahlungsaustauschzahl wird der Absorptionskoeffizient ϵ_o des Körpers eingesetzt. Da nun für beide Strahlungsanteile die gleiche Emissionszahl eingesetzt wird, können auch die Gleichungen Gl. 4.67 und Gl. 4.69 zusammengefasst werden. Für die trigonometrischen Faktoren gilt

$$\cos^2 \frac{\beta}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} = 1 \quad (4.73)$$

Diese Vereinfachung bedeutet, dass die Wärmestrahlungsanteile nicht in Form einer externen Wärmequelle wie in [57] dargestellt, sondern über den Strahlungsaustausch an der Körperoberfläche erfasst werden. Angesichts der Tatsache, dass beide Wärmestrahlungsanteile über die Lufttemperatur definiert sind, erscheint das hier gewählte Vorgehen gerechtfertigt.

4.4.5 Meteorologische Daten

In den bisherigen Ausführungen wurden Methoden vorgestellt, wie die verschiedenen Strahlungsanteile in die Berechnung aufzunehmen sind. Dabei fehlen aber Angaben über meteorologische Daten. In der Literatur [44, 46, 57] sind Ansätze zu finden, mit denen diese Daten anhand weniger Parameter für einen wolkenlosen Himmel mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden können. Für die Ermittlung von Extremalwerten eines Einwirkungskollektivs lassen sich somit sinnvolle Abschätzungen treffen, zumal die Sonnenscheindauer statistisch erfasst wird. Wenn jedoch, wie in dieser Arbeit beabsichtigt, das Wetter über mehrere aufeinanderfolgende Tage wirklichkeitsnah in die Berechnung eingehen soll, helfen diese Ansätze nicht mehr weiter, da die Annahme eines wolkenlosen Himmels für mehrere Tage in unseren Breitengraden nicht gerechtfertigt ist und Prognosen über die Wetterentwicklung fehlerbehaftet sind. Daher werden für die Berechnung Daten einer meteorologischen Messreihe zugrundegelegt. Die Messung beinhaltet jedoch nur die Globalstrahlung, so dass eine Aufteilung in direkte und diffuse Sonnenstrahlung

erforderlich ist. IQBAL stellt in [44] Ansätze vor, die auf der statistischen Auswertung nordamerikanischen Datenmaterials basieren. Für die eigene Arbeit wird das Datenmaterial mit einem meteorologischen Programm [40] gegengerechnet. Mit dem Programm können unterschiedliche Bewölkungsszenarien simuliert werden. Bei der Berechnung wird versucht durch die Veränderung verschiedener Parameter, die gemessene Globalstrahlung zu berechnen (Bild 4.20). Die damit bestimmten diffusen und direkten Sonnenstrahlungen sind, die Korrektheit der meteorologischen Berechnung vorausgesetzt, eine mögliche Kombination. Über den gesamten Zeitraum kann angenommen werden, dass mit dieser Methode eine wahrscheinliche Klimageschichte gefunden wird, die in ihrer Art dem tatsächlichen Wettergeschehen entspricht.

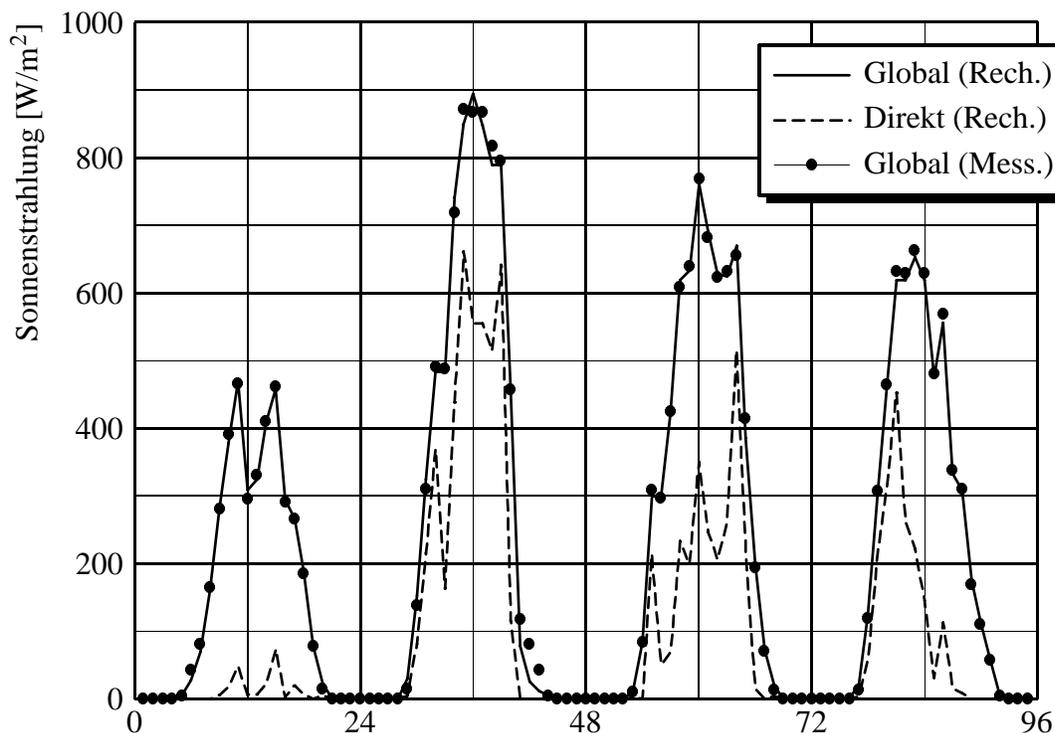


Bild 4.20: Berechnung der Strahlungsanteile aus der Globalstrahlung

4.5 Nachrechnung des Pfeilers

Zur Überprüfung des Programms ist die Temperaturentwicklung des Pfeilers nachgerechnet worden. In Bild 4.21 sind die berechnete und gemessene Temperaturkurve für eine Messstelle aus dem Kern der oberen Messebene gegenübergestellt (vgl. Kap.2). Die beiden Kurven entsprechen sich mit ausreichender Genauigkeit.

Das Bild 4.22 stellt die Kurven für einen Punkt am Rande dar. Die atmosphärischen Einflüsse können durch die Rechnung gut erfasst werden. Bei der Beurteilung ist zu beachten, dass die exakten klimatischen Verhältnisse an dem Ort unbekannt sind.

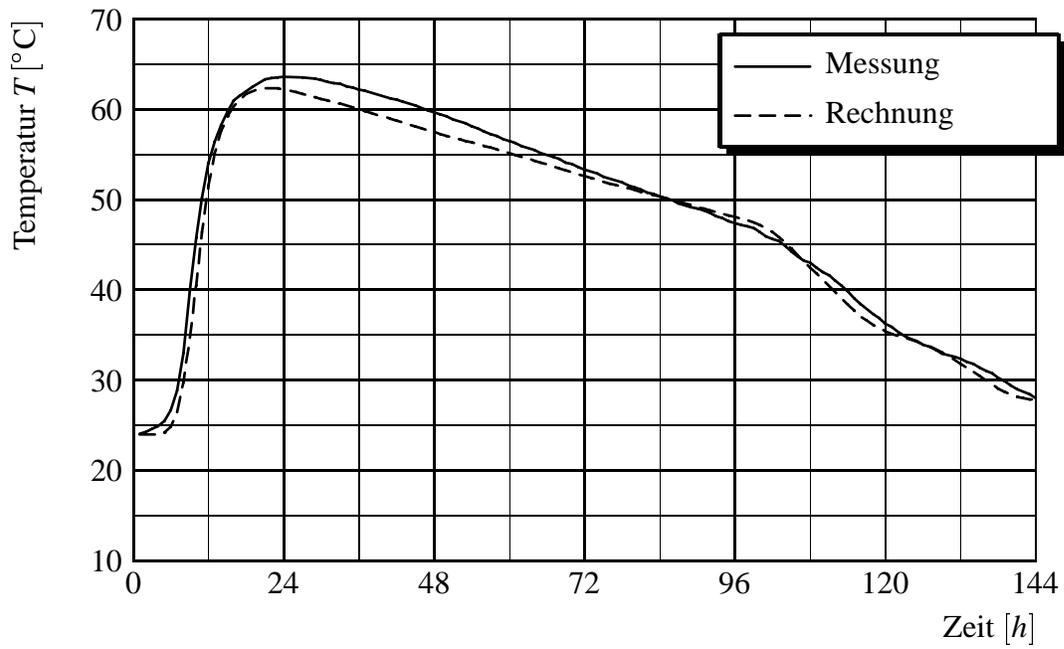


Bild 4.21: Vergleich Messung und Rechnung für den Pfeilerkern

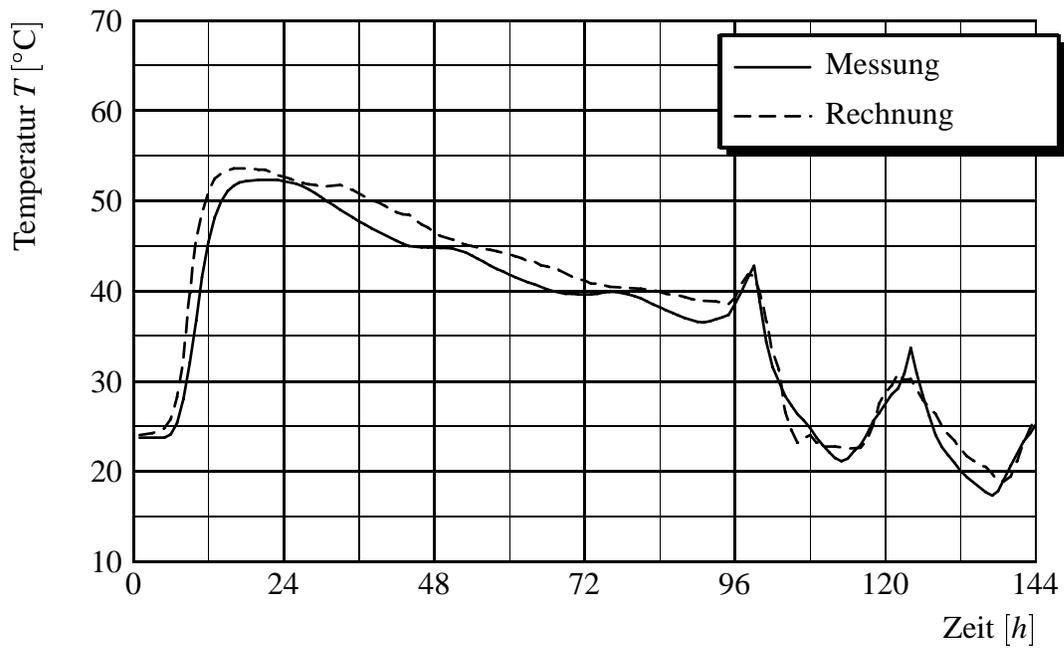


Bild 4.22: Vergleich Messung und Rechnung für den Pfeilerrand

Kapitel 5

Berechnung der Verschiebungsfelder

5.1 Einleitung

Zur Bestimmung der Tragwerksreaktion auf eingeprägte Verformungen können verschiedene mathematische Modelle verwendet werden. Grundsätzlich stellt sich in einem Querschnitt bei der Temperatureinwirkung ein dreidimensionaler Spannungszustand ein. An der zweidimensionalen Scheibe betrachtet, die für die Berechnung der Temperaturfelder herangezogen wurde, sind Verzerrungen parallel und orthogonal zur Scheibenebene vorhanden. Bei Querschnitten, bei denen die Scheibenebene eine sehr große Abmessung hat, z.B. Fundamentplatte oder Wand, kann die Dimension bei der Berechnung der Verschiebungsfelder reduziert werden. Diese Vereinfachung ist jedoch bei kompakten Querschnitten, wie bei einem massiven Brückenpfeiler oder auch bei einem Überbau nicht gerechtfertigt. Unter kompakten Querschnitten werden in der Arbeit Vollquerschnitte aufgefasst, bei denen das Verhältnis der Kantenlängen kleiner 5 ist. Für die mehrdimensionale Aufgabenstellung empfiehlt sich prinzipiell die Anwendung der Methode der finiten Elemente, die jedoch mit einem hohen Rechenaufwand verbunden ist. Dies gilt insbesondere, wenn die Berechnung der Verschiebungsfelder in den gleichen Zeitinkrementen erfolgt wie die Temperaturberechnung. Für die praktische Umsetzung sind daher Vereinfachungen aus wirtschaftlichen Aspekten zwingend erforderlich. Im Folgenden werden das Stäbchenverfahren und ein problemangepasstes finites Element vorgestellt.

5.2 Stäbchenverfahren

Zur Berechnung der elastischen Verzerrungen aufgrund einer eindimensionalen Temperaturverteilung hat sich das aus der Querschnittsbemessung zur Integration der Druckzone bekannte Lamellenverfahren etabliert. Für Querschnitte mit Temperaturfeldern kann das Lamellenverfahren erweitert werden, indem Lamellen ihrerseits unterteilt werden, so dass Stäbchen gebildet werden. Aus der Gleichgewichtsforderung

$$\sum_i^n \mathbf{F}_i = 0 \tag{5.1}$$

$$S_{z,i} = \int_r \int_s y(r,s) \det \mathbf{J} ds dr \quad (5.6)$$

$$y_i = \frac{S_{z,i}}{A_i} \quad (5.7)$$

$$z_i = \frac{S_{y,i}}{A_i} \quad (5.8)$$

. Die Variablen r und s sind die natürlichen Koordinaten der Elemente, J ist die so genannte JACOBI-Matrix, die im Rahmen der Herleitung des finiten Elementes kurz erläutert wird. Die Temperatur in den Schwerpunktkoordinaten wird über die Interpolation der Temperaturen in den Knoten mit den bekannten Interpolationsfunktionen ermittelt. Hierzu müssen zunächst die globalen Schwerpunktkoordinaten nach Gl. 5.7 und 5.8 in die natürlichen Koordinaten transformiert werden. Bei der Wahl von bilinearen Ansatzfunktionen für die Geometrie ist für diese Prozedur ein nicht lineares Gleichungssystem zu lösen.

Da bei der Berechnung nur drei Freiheitsgrade ϵ_x, κ_y und κ_z vorhanden sind, ist diese Methode äußerst effizient. Die drei Verzerrungsgrößen selber können in einem nachgeschalteten Stabtragwerksmodell als einwirkende Verformung eingeführt werden.

5.3 Finite-Element-Methode

Mit dem Stäbchenverfahren können nur die Normalspannungen bestimmt werden. Die Spannungen parallel zur Querschnittsfläche sind mit einer Scheibenberechnung zu ermitteln. Durch die Auftrennung wird der räumliche Spannungszustand jedoch nicht richtig erfasst. Hierzu sind dreidimensionale Berechnungen notwendig, die mit der Methode der finiten Elemente durchgeführt werden können. Da diese Berechnungen sehr aufwendig sind, wird ein Element hergeleitet, mit dem eine wirtschaftlichere Berechnung möglich ist. In den folgenden Ausführungen werden die notwendigen Schritte, die zur Herleitung des Elementes, das in das eigene Programm implementiert wird, dargestellt. Die Grundlagen der Finite-Element-Methode können der Literatur entnommen werden, z.B [3, 50, 102].

Für die Berechnungsmethode der finiten Elemente wird ein kontinuierlicher Körper näherungsweise dargestellt als eine Gruppierung diskreter finiter Elemente. Die mechanischen Grundgleichungen – Gleichgewichtsbedingung, Kinematik und Materialgesetz – können dadurch auf Elementebene formuliert werden. Da eine exakte Lösung, die die Grundgleichungen vollständig befriedigt, nur in Sonderfällen möglich ist, werden schwache Formulierungen gewählt, die die Grundgleichungen zum Teil nur im Mittel erfüllen. Eine schwache Form, die die Gleichgewichtsbedingung lediglich eingeschränkt erfüllt, ist das Prinzip der virtuellen Verschiebung, mit der sich die Elementsteifigkeitsmatrix zu

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV \quad (5.9)$$

ergibt. Die Matrix \mathbf{B} unter dem Integral wird als *Verzerrungs-Verschiebungsmatrix* bezeichnet und \mathbf{C} ist die *Spannungs-Verzerrungsmatrix* eines linear elastischen Materials.

Die Ansätze für einen allgemeinen dreidimensionalen Körper werden im Folgenden durch mathematische Umformungen für die Lösung der speziellen Aufgabenstellung beschränkt.

Die kinematische Gleichung, zur Verbindung der äußeren und inneren Weggrößen, lautet

$$\epsilon = \mathbf{D}_k \mathbf{u} \quad (5.10)$$

mit dem linearen Differentialoperator

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

und dem Vektor der Knotenverformungen

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

. Die Weggrößen \mathbf{u} im Elementinneren werden in Abhängigkeit der Knotenverschiebung $\hat{\mathbf{u}}$ durch die Beziehung

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{N}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{u}} \quad (5.13)$$

mit der *Verschiebungs-Interpolationsmatrix* (Formfunktionen)

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1(\mathbf{r}) & 0 & 0 & N_2(\mathbf{r}) & 0 & 0 & \dots & N_n(\mathbf{r}) & 0 & 0 \\ 0 & N_1(\mathbf{r}) & 0 & 0 & N_2(\mathbf{r}) & 0 & \dots & 0 & N_n(\mathbf{r}) & 0 \\ 0 & 0 & N_1(\mathbf{r}) & 0 & 0 & N_2(\mathbf{r}) & \dots & 0 & 0 & N_n(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

und dem Vektor der natürlichen Koordinaten

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r \\ s \\ t \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

ausgedrückt.

Analog zu den Verformungen werden auch für die Geometrie Interpolationsfunktionen verwendet, mit denen die globalen durch die natürlichen Koordinaten beschrieben werden. Da diese Interpolationsfunktionen die gleiche Gestalt haben wie die der Verformungen, werden derartige finite Elemente als *isoparametrisch* bezeichnet. Diese zeichnen sich durch eine einfache Formulierung und eine hohe geometrische Anpassungsfähigkeit aus.

$$\mathbf{x}(\mathbf{r}) = \mathbf{N}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{x}} \quad (5.16)$$

Zur Berechnung der Verzerrungen werden die Ableitungen der Verschiebungen nach den globalen Koordinaten benötigt (vgl. Gl. 5.11). Mit Gl. 5.14 ergibt sich somit z.B. für ϵ_{xx}

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u(\mathbf{r})}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i(\mathbf{r})}{\partial x} \hat{u}_i \quad (5.17)$$

. Für die Ableitung der Formfunktionen nach den globalen Koordinaten gilt durch Anwendung der Kettenregel für die partielle Differentiation

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \quad (5.18)$$

. Die unbekanntenen Größen in der Gleichung sind $\partial r/\partial x$, $\partial s/\partial x$ und $\partial t/\partial x$. Die Transformation zwischen den natürlichen und den globalen Koordinaten ist nur durch Gl. 5.16 gegeben. Eine explizite inverse Beziehung, mit der die natürlichen Koordinaten als Funktion der globalen angegeben werden, ist im Allgemeinen schwierig, da bilineare Ansatzfunktionen zu nicht-linearen Gleichungssystemen führen. Zur Lösung werden die Differentialoperatoren nach den natürlichen Koordinaten mit der Kettenregel gebildet

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

oder in Matrixschreibweise

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{J} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \quad (5.20)$$

. Wobei \mathbf{J} als JACOBI-Matrix bezeichnet wird, mit der die Ableitung nach den natürlichen Koordinaten mit der Ableitung nach den globalen Koordinaten verknüpft ist. Durch die Differentiation der Gl. 5.16 kann die JACOBI-Matrix aufgestellt werden

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial r} x_i & \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial r} y_i & \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial r} z_i \\ \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial s} x_i & \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial s} y_i & \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial s} z_i \\ \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial t} x_i & \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial t} y_i & \sum_i^n \frac{\partial N}{\partial t} z_i \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

. Durch die Inversion folgt aus 5.20

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \quad (5.22)$$

. Mit der Verzerrungs-Verschiebungsmatrix \mathbf{B} wird der Verzerrungsvektor ϵ aus den Knotenverformungen interpoliert

$$\epsilon = \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} = [\mathbf{B}_1; \mathbf{B}_2; \dots; \mathbf{B}_n] \hat{\mathbf{u}} \quad (5.23)$$

. Zur Bestimmung der Verzerrungs–Verschiebungsmatrix wird die nach Gl. 5.21 aufgestellte JACOBI–Matrix invertiert und mit der Matrix der Ableitungen der Formfunktionen multipliziert.

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} & \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial t} & \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

. Die bisher allgemein gehaltene Formulierung wird im Folgenden auf die konkrete Fragestellung präzisiert.

Um die Spannungen in einem Querschnitt zu berechnen, müsste eine Scheibe, die dem Kontinuum gedanklich entnommen wird, mit mehreren Schichten modelliert werden (Bild 5.2). Die Diskretisierung eines räumlichen Kontinuums kann mit Elementen der LAGRANESchen Klasse oder SERENDIPITY–Klasse erfolgen. Die beiden Elementtypen unterscheiden sich darin, dass letztere nur Knoten auf den Rändern haben. Für die weitere Herleitung wird das 8–Knoten–SERENDIPITY–Element zugrunde gelegt. Das Element hat ausschließlich Eckknoten. Die Formfunktionen der acht Knoten lauten

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + r_i r) (1 + s_i s) (1 + t_i t), \quad i = 1 \dots 8. \quad (5.25)$$

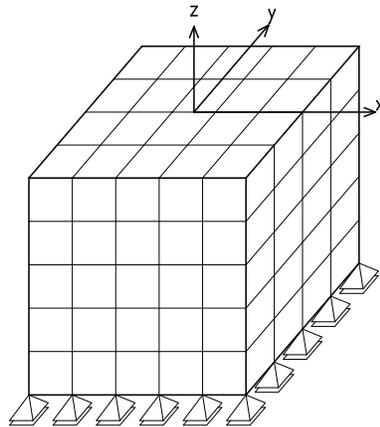


Bild 5.2: Modellierung eines Querschnitts mit räumlichen Elementen zur Spannungsberechnung

Das Element ist qualitativ vergleichbar mit dem einfachen 4–Knoten–Scheibenelement. Aufgrund des bilinearen Verschiebungsansatzes dieser Elemente sind die Normalkräfte längs ihrer Wirkungslinie konstant. Mit den drei Freiheitsgraden je Knoten – die Verschiebungen u, v, w – ergeben sich insgesamt 24 Freiheitsgrade je Element.

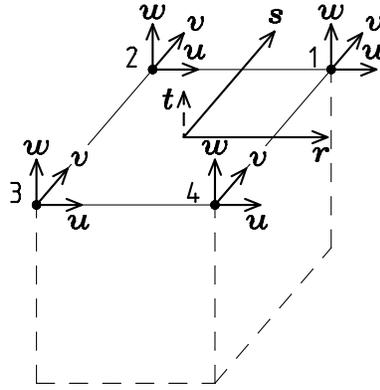


Bild 5.3: Angepasstes finites Element

Die Anzahl der Unbekannten in einer finiten Elemente Berechnung kann reduziert werden, wenn zusätzliche Kenntnisse vorhanden sind. Ein Beispiel da für sind gekoppelte Freiheitsgrade oder Festhaltungen. Für die konkrete Problemstellung, Spannungen im Querschnitt infolge eingepprägter Verzerrungen zu bestimmen, wird ein Volumenelement durch die Reduktion von Freiheitsgraden angepasst. Da für den Querschnitt ein Ebenbleiben angenommen wird, sind die unteren Knoten in vertikaler Richtung gehalten. Damit können die Knotenverschiebungen $w_5, \dots, w_8 = 0$ gesetzt werden. Weiterhin können die Knotenverschiebungen u_1 und u_5 , v_1 und v_5 bis v_4 und v_8 als identisch angesehen werden. Damit verbleiben 12 unbekannte Knotenverschiebungen $\tilde{\mathbf{u}}^T = (u_1, v_1, w_1, \dots, u_4, v_4, w_4)$ (vgl. Bild 5.3).

Die Bedeutung dieser Annahmen für die Elemente der Gl. 5.9 gilt es nun zu analysieren und die notwendigen Anpassungen vorzunehmen.

5.3.1 JACOBI-Matrix

Analog zu den Verformungen sind auch für die Geometrie Vereinfachungen möglich. Da es sich bei dem Kontinuum um eine aus dem Bauteil herausgeschnittene, planparallele Scheibe handelt, gibt es folgende Identitäten bei den globalen Knotenkoordinaten

$$\left. \begin{array}{l} x_i \equiv x_j \\ y_i \equiv y_j \end{array} \right\} \quad i = 1, \dots, 4, \quad j = i + 4 \quad (5.26)$$

. Um die Auswirkung dieser Feststellung auf die JACOBI-Matrix (Gl.5.21) zu untersuchen, werden zunächst die Ableitungen der Formfunktionen nach den natürlichen Koordinaten angeschrieben

$$\frac{\partial N_i}{\partial r} = \frac{1}{8} r_i (1 + s_i s) (1 + t_i t) \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial s} = \frac{1}{8} s_i (1 + r_i r) (1 + t_i t) \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \frac{1}{8} t_i (1 + r_i r) (1 + s_i s) \quad (5.29)$$

. Mit den Ableitungen und den Identitäten (Gl.5.26) können die einzelnen Elemente der JACOBI-Matrix in Gl. 5.21 umgeschrieben werden. Exemplarisch wird dies für das erste Element der Matrix gezeigt.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial r} &= \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial r} x_i = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{8} r_i (1 + s_i s) (1 + t) x_i + \sum_{i=5}^8 \frac{1}{8} r_i (1 + s_i s) (1 - t) x_i \\
&= \frac{1}{8} \left[(1 + t) \sum_{i=1}^4 r_i (1 + s_i s) x_i + (1 - t) \sum_{i=5}^8 r_i (1 + s_i s) x_i \right] \\
&= \frac{1}{8} \left[(1 + t) \sum_{i=1}^4 r_i (1 + s_i s) x_i + (1 - t) \sum_{i=1}^4 r_i (1 + s_i s) x_i \right] \\
&= \frac{1}{8} [(1 + t) + (1 - t)] \sum_{i=1}^4 r_i (1 + s_i s) x_i \\
&= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 r_i (1 + s_i s) x_i
\end{aligned} \tag{5.30}$$

. Für die Elemente $\sum_i^8 \frac{\partial N}{\partial r} y_i$, $\sum_i^8 \frac{\partial N}{\partial s} x_i$ und $\sum_i^8 \frac{\partial N}{\partial s} y_i$ werden die Umformungen analog durchgeführt. Aus der Planparallelität der Scheibe folgt für die globalen Koordinaten der dritten Dimension

$$z_i \doteq z_o \quad i = 1, \dots, 4 \tag{5.31}$$

$$z_i \doteq z_u \quad i = 5, \dots, 8 \tag{5.32}$$

. Durch die Festlegungen (Gl. 5.26) stehen die Kanten in Richtung der globalen z -Achse orthogonal auf der xy -Ebene. Dies bedingt, dass die partiellen Ableitungen der z -Koordinaten nach den x - und y -Koordinaten und somit die Nebendiagonalelemente der z -Spalte und z -Zeile gleich 0 sind.

Unter Beachtung der Gl. 5.31 und 5.32 kann für das verbleibende Element $\frac{\partial z}{\partial t}$ der Matrix geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial t} &= \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N}{\partial t} z_i = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N}{\partial t} z_o + \sum_{i=5}^8 \frac{\partial N}{\partial t} z_u \\
&= \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N}{\partial t} z_o - \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N}{\partial t} z_u = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N}{\partial t} (z_o - z_u) \\
&= 0,125 \cdot 4 \cdot (z_o - z_u)
\end{aligned} \tag{5.33}$$

. Mit einer fiktiven Dicke der Scheibe von $d = 1,0$ ergibt sich somit $\frac{\partial z}{\partial t} = 0,5$.

Die Umwandlungen haben dazu geführt, dass für die Aufstellung der JACOBI-Matrix nur vier Knoten einer Ebene erforderlich sind. Die weiteren vier Knoten sind implizit berücksichtigt. Grundsätzlich ist jedoch zu beachten, dass es sich weiterhin um ein dreidimensionales Element handelt und somit eine 3×3 -Matrix erforderlich ist. Eine formale Herleitung der Matrix nach dem Muster

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{x} \tag{5.34}$$

ist nicht mehr möglich, da Elemente der Nebendiagonalen falsch bestimmt würden. Für das weitere Vorgehen sind die Formfunktionen und deren Ableitung nach den natürlichen Koordinaten für ein 4-Knoten-Scheibenelement von Interesse

$$\frac{\partial N_i}{\partial r} = \frac{1}{4} r_i (1 + s_i s) \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial s} = \frac{1}{4} s_i (1 + r_i r) \quad (5.36)$$

Die Ableitungen stimmen überein mit den Gliedern, die in (Gl.5.28) zur Berechnung der Elemente der JACOBI-Matrix benötigt werden. Für das weitere Vorgehen werden diese Ableitungen zu Grunde gelegt.

Die 3x3 JACOBI-Matrix setzt sich nun nach folgendem Schema zusammen:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

mit

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \frac{\partial N_3}{\partial r} & \frac{\partial N_4}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \frac{\partial N_3}{\partial s} & \frac{\partial N_4}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

5.3.2 Differentialoperatoren

Für die Berechnung der Verzerrungs-Verschiebungsmatrix werden die Ableitungen der Formfunktionen benötigt. Bei dem Element wird im Prinzip die dritte Dimension herausgestrichen. Damit kann in den Ableitungen der Formfunktionen $t = 1,0$ geschrieben werden, so dass sich diese wie folgt anschreiben lassen:

$$\frac{\partial N_i}{\partial r} = \frac{1}{4} r_i (1 + s_i s) \quad (5.39)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial s} = \frac{1}{4} s_i (1 + r_i r) \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \frac{1}{8} (1 + r_i r) (1 + s_i s) \quad (5.41)$$

5.3.3 Spannungs-Verzerrungsmatrix

Für die Entwicklung des Elementes wurde vorausgesetzt, dass der Querschnitt in Richtung der Normalen eben bleibt. Um die entsprechenden Schubverzerrungen auszuschalten, muss in der

Materialmatrix das entsprechende Element modifiziert werden. Die linearelastische–isotrope Materialmatrix für das dreidimensionale Kontinuum lautet:

$$\mathbf{D} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

. Zur Vermeidung von Schubverzerrungen müssen die Elemente der Hauptdiagonalen in der 4. und 6. Zeile groß genug sein. In Bild 5.4 ist das Ergebnis einer eigenen Studie dargestellt, für die an einem rechteckigen Querschnitt eine nichtlineare Verzerrung eingepreßt und die Normalspannungen berechnet wird. In der Gegenüberstellung der Normalspannung zum Verhältnis zwischen dem Schubmodul $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ und dem E -Modul zeigt sich, dass ab einem Verhältnis von 5,0 die Normalspannungen konstant bleiben. An den Verformungen des Systems ist zu erkennen, dass das Ebenbleiben des Querschnitts dann erzwungen ist. Erst bei unvernünftig großen Verhältnissen treten Veränderungen auf, die auf numerische Schwierigkeiten zurückzuführen sind. Bei dem Modell kann die Rissbildung im Querschnitt simuliert werden, indem der Schubmodul an der als gerissen angenommenen Stelle aufgeweicht wird.

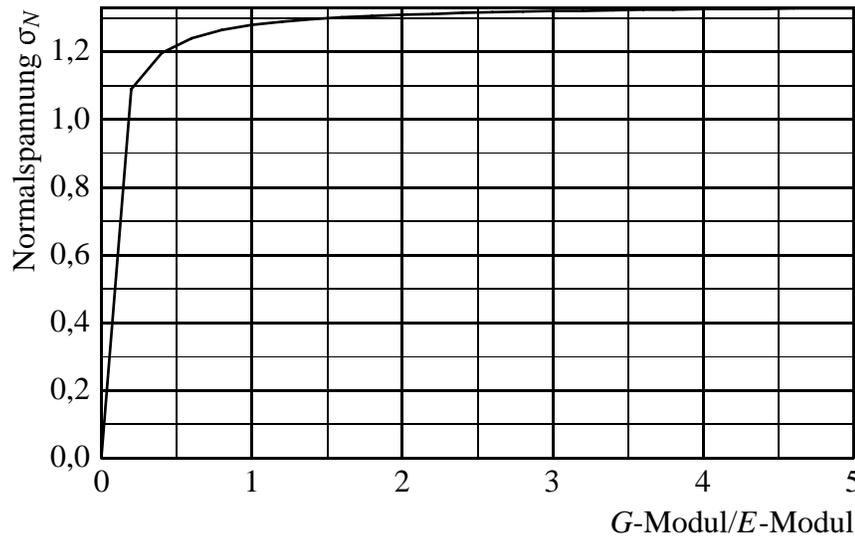


Bild 5.4: Einfluss des Schubmoduls auf die Normalspannungen

5.4 Vergleichsrechnungen

Zur Verifizierung der Modelle werden Vergleichsrechnungen mit einem kommerziellen Finite–Elemente–Programm [60] durchgeführt. Für die Berechnung mit dem Programm ist ein runder Stab mit dem Radius $r = 0,5$ m und der Länge $l = 3,0$ m dreidimensional abgebildet. Als Einwirkung ist ein Verzerrungszustand eingepreßt, der einer Temperaturdifferenz von 10 K zwischen

der Achse und dem Rand entspricht. Der Verlauf der Verzerrungen zwischen der Achse und dem Rand wird als parabolischer Verlauf angenommen.

In Bild 5.5 werden die Normalspannungen in den Elementknoten in einem Querschnitt des Stabes mit den Ergebnissen des Stäbchenverfahrens verglichen. Die Werte entsprechen sich sehr gut. Damit kann das Stäbchenverfahren als wirtschaftliche Methode zur Berechnung von Normalspannungen eingesetzt werden. Durch die Verwendung isoparametrischer Elemente zur Beschreibung der Stäbchenquerschnitte können auch nichtlinear begrenzte Bauteilquerschnitte effektiv berechnet werden.

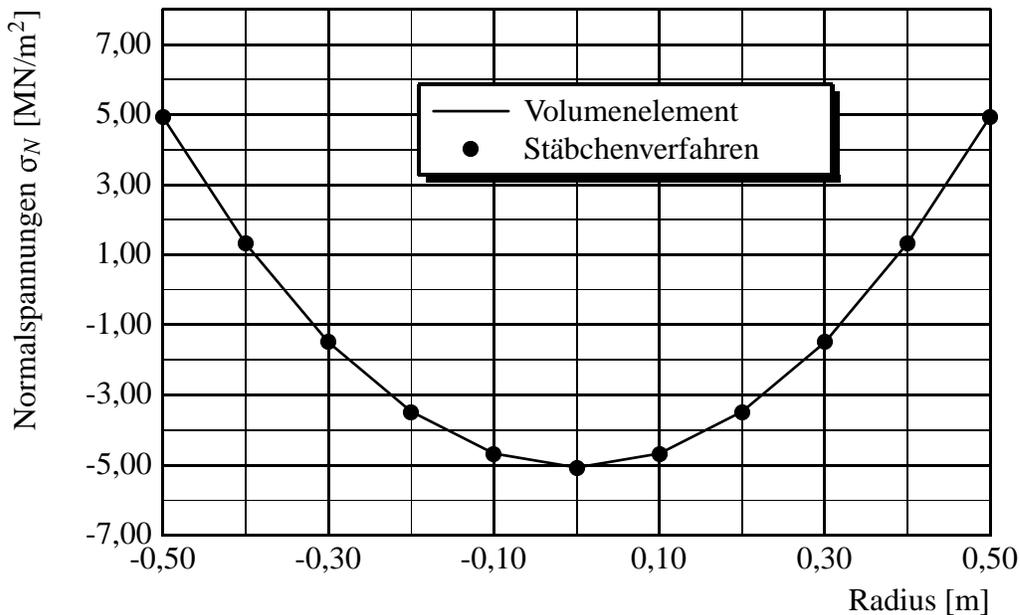


Bild 5.5: Vergleich zwischen einer Berechnung mit finiten Elementen und dem Stäbchenverfahren

Zum Vergleich des angepassten finiten Elementes mit dem räumlichen Element sind in den Bildern 5.6 bis 5.8 die Spannungen in den Knoten dargestellt. Die Ergebnisse entsprechen sich sehr gut. Die Radialspannungen in Bild 5.7 müssten am Rand des Querschnitts Null sein. Beide Ansätze liefern jedoch Werte. Dieser Fehler ist systembedingt, da die verwendeten 8-Knoten-Elemente die Spannungen entlang ihrer Wirkungsrichtung im Element konstant wiedergeben. Zur Vermeidung des Fehlers müssten höherwertige Elemente eingesetzt werden, die jedoch mehr Rechenzeit benötigen. Bei der Interpretation von Ergebnissen ist der Fehler zu berücksichtigen. In den Bildern 5.6 bis 5.8 sind die Spannungsverläufe für die Berechnung mit dem Ansatz der Querkontraktionszahl $\nu = 0,0$ und $\nu = 0,2$ dargestellt. Unter Ansatz einer Querkontraktionszahl $\nu \neq 0$ ergeben sich höhere Spannungen.

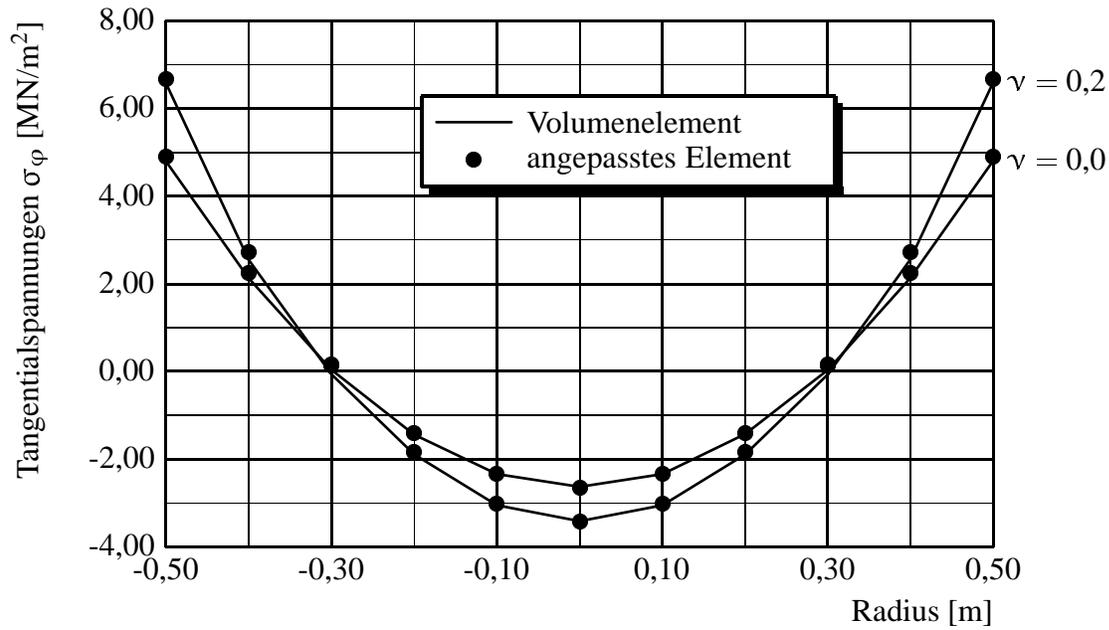


Bild 5.6: Vergleich zwischen der Berechnung mit räumlichen und angepassten Elementen (Tangentialspannungen)

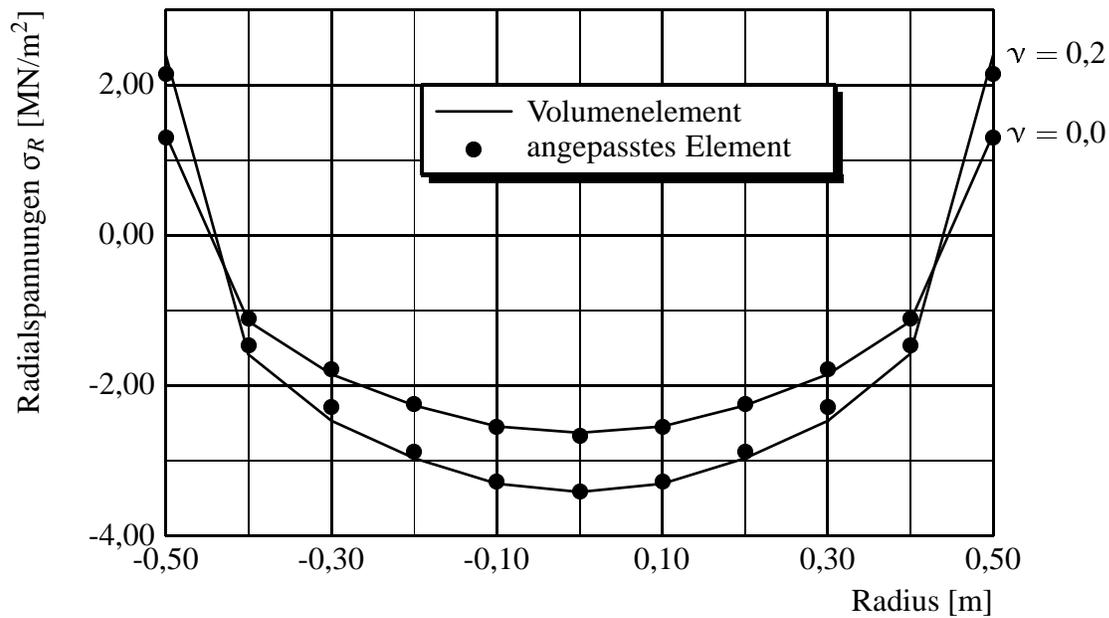


Bild 5.7: Vergleich zwischen der Berechnung mit räumlichen und angepassten Elementen (Radialspannungen)

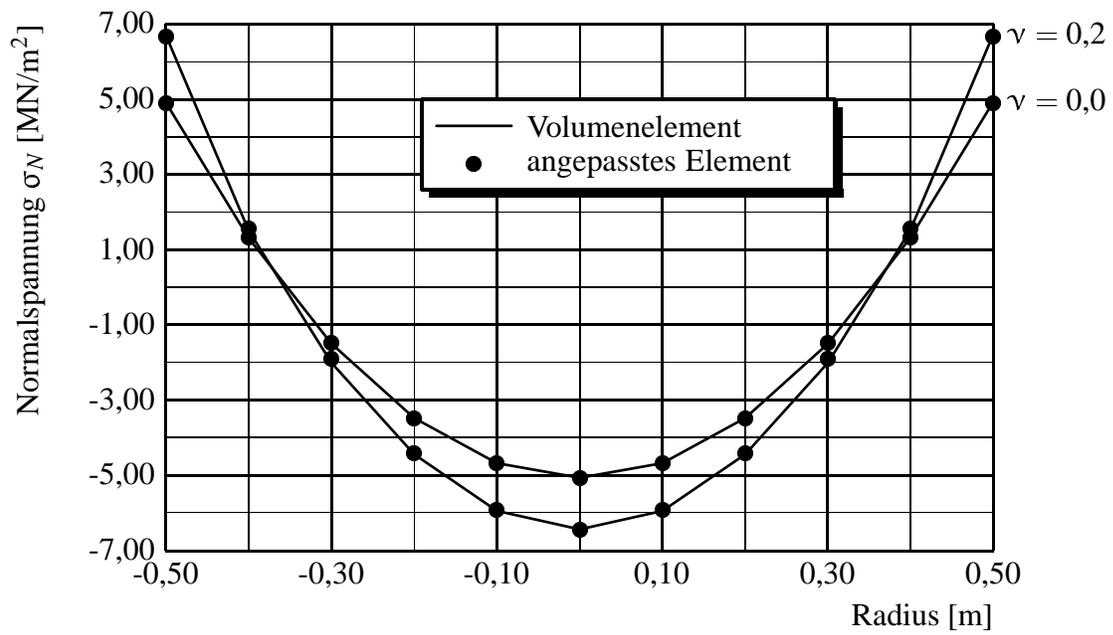


Bild 5.8: Vergleich zwischen der Berechnung mit räumlichen und angepassten Elementen (Normalspannungen)

Kapitel 6

Rechnerische Untersuchungen und Auswertungen

6.1 Einleitung

Mit den zuvor entwickelten Werkzeugen und Methoden sollen Parameter, die die Rissgefahr beeinflussen, identifiziert werden. Im Vergleich zu anderen Forschern [72, 76], die auf der Grundlage von theoretischen Annahmen zur Temperaturverteilung Untersuchungen durchgeführt haben, sollen an dieser Stelle durch die rechnerische Analyse realer Bauteile unter wirklichkeitsnahen Bedingungen „Erfahrungen“ gesammelt werden. Als Beispiele für reale Bauteile werden die Elemente Überbau und Pfeiler, wie beim Projekt Buchloe ausgeführt, herangezogen (vgl. Kap. 2). Aufgrund des weiten Spektrums der relevanten Parameter können im Rahmen dieser Arbeit nur exemplarische Untersuchungen durchgeführt werden. Die atmosphärischen Einflüsse sind durch die Einbindung langjähriger Wetterdaten umfassend berücksichtigt. Die Bauteile entsprechen typischen Massenbetonbauteilen im Brückenbau.

6.2 Mechanik der Rissbildung

In den Kapiteln 1 und 3 sind die Mechanismen der Spannungsentwicklung am Gesamtquerschnitt dargestellt. Für das weitere Verständnis wird im Folgenden die Mechanik der Oberflächenrissbildung untersucht. Der Spannungsermittlung am Querschnitt liegt die BERNOULLI Hypothese vom Ebenbleiben des Querschnitts zugrunde. Diese These lässt sich verifizieren mit dem Modell einer Scheibe, die als zweidimensionales Abbild eines Längsschnittes durch einen Körper dient. Die Spannungsverteilung in der Scheibe wird mit der Differentialgleichung der Scheibe berechnet

$$\Delta\Delta F = \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (6.1)$$

. In der Gleichung ist F die AIRYSche Spannungsfunktion, die so eingeführt ist, dass die aus ihr abgeleiteten Spannungen die homogenen Gleichgewichtsbedingungen erfüllen. In der Literatur finden sich Ansätze, mit denen eine analytische Lösung möglich ist [63]. Heute gebräuchlicher und für die Erfassung beliebiger Randbedingungen geeigneter, ist die Methode der finiten

Elemente. Für die folgenden Untersuchungen sind 8-knotige Scheibenelemente in die eigene Umgebung einprogrammiert worden.

In Bild 6.1 ist das Ergebnis der Berechnung zu sehen, bei der der linke Rand der Scheibe als frei verformbar und der rechte Rand als gehalten angenommen ist. Über die gesamte Scheibenlänge ist eine konstante Temperaturverzerrung eingepreßt, die einen parabolischen Verlauf über die Scheibenhöhe h hat. Dies Modell bildet für eine endliche Wand die eine Symmetriehälfte ab. Die Scheibenhöhe entspricht der Wanddicke. Es ist zu erkennen, dass die Spannung σ_{xx} ab einer Entfernung vom freien Rand, die der Scheibenhöhe h entspricht, gleichmäßig verläuft. Der Bereich, in dem die Spannungen gestört sind, wird als ST. VERNANTScher Störbereich bezeichnet [83]. Die Verteilung ist, linearelastisches Materialverhalten vorausgesetzt, materialunabhängig. Für die Beurteilung der Rissbildung interessiert es nun, wie sich ein Einriss auf die

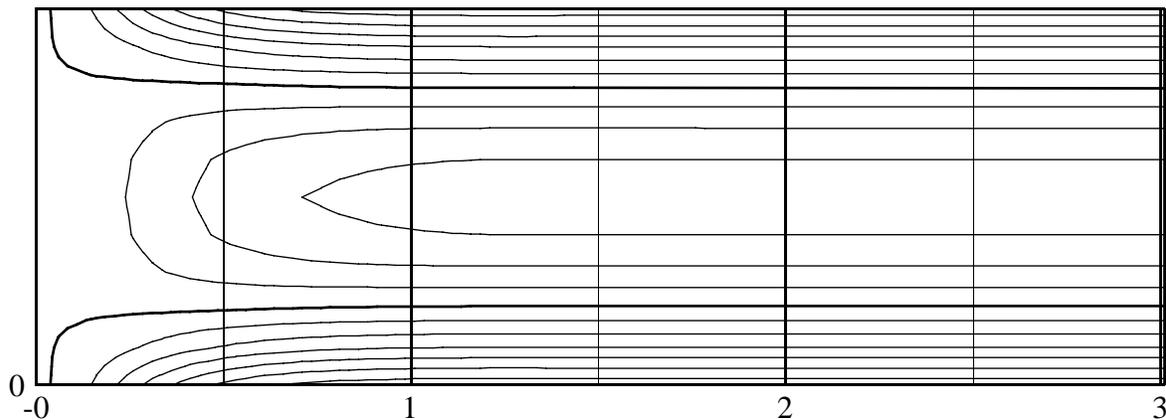


Bild 6.1: Isolinien der Spannungen σ_{xx} in einer Scheibe infolge eingepreßter Verzerrung

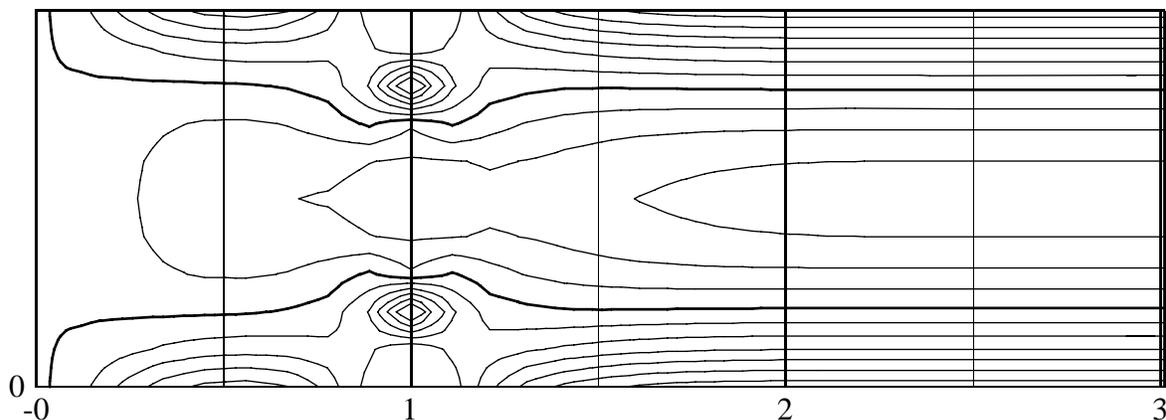


Bild 6.2: Isolinien der Spannungen σ_{xx} in einer Scheibe mit Einriss infolge eingepreßter Verzerrung

Spannungsverteilung auswirkt. Hierzu ist in dem beschriebenen Scheibenmodell im Abstand h vom freien Rand beidseitig ein Riss mit der Tiefe $0,2 h$ angesetzt. In Bild 6.2 ist das Ergebnis der Spannungsberechnung unter ansonsten unveränderten Bedingungen dargestellt. Auch in diesem

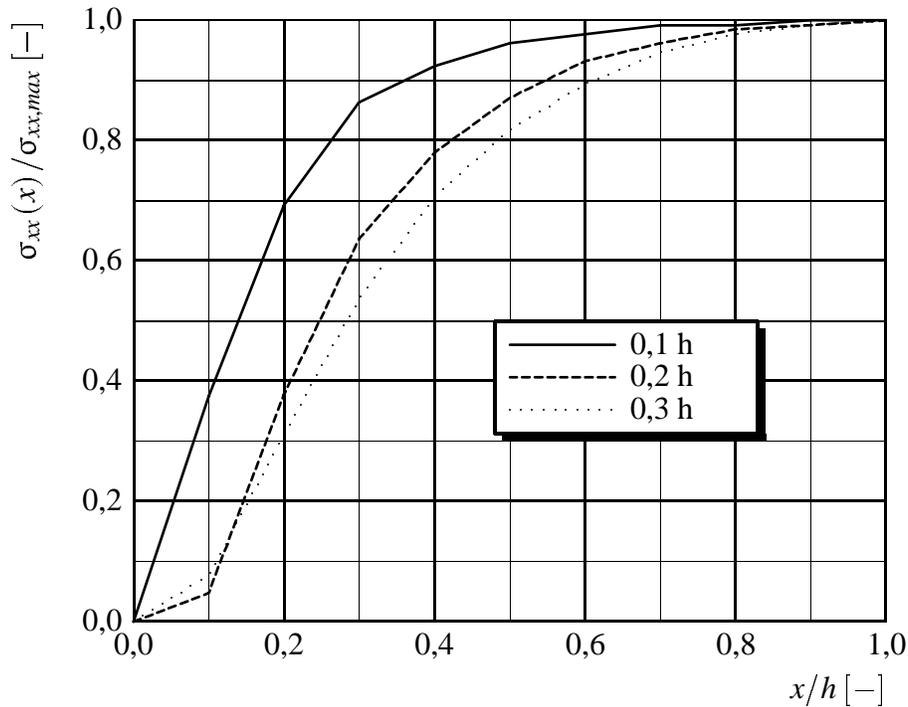


Bild 6.3: Studie zur Beeinflussung der Spannungen σ_{xx} infolge verschieden tiefer Einrisse

Fall erstreckt sich der Störbereich über eine Länge, die der Scheibenhöhe h entspricht. Zur Untersuchung der Frage, welchen Einfluss die Risstiefe auf die Spannungsverteilung hat, sind die Berechnungen für Risstiefen zwischen $0,1 h$ und $0,3 h$ durchgeführt worden. In Bild 6.3 ist die Randspannung $\sigma_{xx}(x)$ zur maximalen Randspannung ins Verhältnis gesetzt und über die Länge des ST.VERNANTSchen Störbereichs aufgetragen. Es lässt sich erkennen, dass unabhängig von der Risstiefe die Spannungen erst am Ende des Störbereichs wieder konstant verlaufen. Auf den Vorgang der Rissbildung übertragen bedeutet dies, dass bei einem zeitlich konstanten Verformungszustand die Spannung, die einen Riss verursacht hat, erst nach einer Strecke, die der Bauteildicke entspricht, wieder den Ausgangswert erreicht, so dass neue Risse entstehen können. In der Tabelle 6.1 sind die Völligkeitsbeiwerte α_{sr} der drei Kurven angegeben. Da die Kurven normiert sind, ergeben sich die Völligkeitsbeiwerte unmittelbar aus den Integralen der Kurven.

Tabelle 6.1: Völligkeitsbeiwerte zur Spannungsentwicklung für verschiedene Risstiefen

Risstiefe	Völligkeitsbeiwert
$0,1 h$	0,83
$0,2 h$	0,71
$0,3 h$	0,67

Ein Oberflächenriss entsteht, wenn die aktuelle Zugfestigkeit überschritten wird. In Kap. 3 wurde darauf hingewiesen, dass für die Verformungsuntersuchungen die Zugbruchdehnung ϵ_{ctu} eine sinnvollere Größe ist als die Festigkeit. Damit lautet die Grenzzustandsfunktion für die Rissbildung

$$\epsilon_c \leq \epsilon_{ctu} \quad (6.2)$$

Die Betondehnung ϵ_c ergibt sich unter Vernachlässigung der Erhärtungsgeschichte und dem viskoelastischen Materialverhalten aus der Temperaturdifferenz ΔT zwischen der zu untersuchenden Faser und der mittleren Temperatur des Querschnitts. Nach dem Überschreiten der Zugbruchdehnung stellen sich Risse ein, deren Rissweiten zu begrenzen sind.

$$w_m \leq w_k \quad (6.3)$$

mit

w_m mittlere rechnerische Rissbreite

w_k Regelwert der Rissbreite.

Die Regelwerte der Rissbreiten sind normativ in Abhängigkeit von Beanspruchungsklassen geregelt [27]. Vereinfacht lässt sich sagen, dass für Stahlbeton $w_k = 0,3\text{mm}$ und für Spannbeton $w_k = 0,2\text{mm}$ gilt.

Die rechnerische Rissbreite von Eigenspannungsrissen kann bestimmt werden durch die Integration der Verzerrungen entlang der äußeren Faser orthogonal zum Riss. Als relevante Verzerrungen werden vereinfacht nur die thermische $\epsilon_{\Delta T}$ und die elastische ϵ_{el} betrachtet. Vernachlässigt werden nichtlineare Verzerrungen infolge Mikrorissbildung und viskoelastischem Verhalten.

$$\Delta w = \int_{ar} \epsilon_{\Delta T} + \epsilon_{el}(x) \, dx \quad (6.4)$$

Zur Bestimmung der unbekanntenen elastischen Dehnung können die Scheibenbetrachtungen zugrunde gelegt werden. Da linearelastisches Materialverhalten vorausgesetzt ist, sind Spannungen und Dehnungen proportional. Damit haben die elastischen Verzerrungen den gleichen Verlauf wie die Spannungen. Unmittelbar vor der Rissbildung war die Zugbruchdehnung erreicht. Durch den Scheibenzustand stellt sich dieser Betrag am Ende der Einleitungsstrecke wieder ein.

Für den Integrationsweg sr können auf der Basis der Scheibenbetrachtung folgende Grenzannahmen getroffen werden:

1. Es entsteht kein weiterer Riss

In dem Fall muss für sr die doppelte Bauteilhöhe angenommen werden, da beidseitig des Risses entlang dieses Weges Verzerrungsunterschiede zwischen den thermischen und den elastischen Verzerrungen vorhanden sind. Die elastischen Verzerrungen werden abgeschätzt mit dem Völligkeitsbeiwert

$$w = 2 \cdot sr \cdot (\epsilon_{\Delta T} + \alpha_{sr} \epsilon_{ctu}) \quad (6.5)$$

2. Es entsteht nach der Eintragungslänge ein neuer Riss

Die Integration erfolgt beidseitig des Risses über den halben Rissabstand. Die elastischen Verformungen können nicht mehr die Ausgangsgröße erreichen. Dies wird mit einem Faktor 0,5 abgeschätzt

$$w = sr \cdot (\epsilon_{\Delta T} + 0,5 \cdot \alpha_{sr} \epsilon_{ct}) \quad (6.6)$$

. Die Herleitungen setzen einen zeitlich konstanten Temperaturgradienten voraus. Steigt der Gradient nach der Rissbildung weiter an, vergrößert sich zwar die thermische Dehnung, aber zusätzlich entstehen neue Risse zwischen den vorhandenen, so dass die Rissabstände geringer werden.

Der Völligkeitsbeiwert α_{sr} ist abhängig von der Einrisstiefe. Zur Abschätzung der Einrisstiefe kann die Zugzonenlänge im Zustand I herangezogen werden.

Die Strategie zur Festlegung der Bestimmungen für die Oberflächenbewehrung sieht nun vor, die Berechnung der Rissweiten mit den vereinfachten Ansätzen 6.5 und 6.6 auf der Basis einer realistischen Modellierung der Einwirkungen, Hydratationswärmeentwicklung und klimatische Verhältnisse durchzuführen. Anhand der rechnerischen Rissweiten ist dann zu bestimmen, ob eine Bewehrung erforderlich ist. Für eine normative Regelung sind durch Variationsstudien das Spektrum der möglichen Bauteil- und Bauausführungskonstellationen zu erfassen. Für die klimatischen Verhältnisse sind die natürlichen Gegebenheiten zu berücksichtigen, die im Anwendungsgebiet der normativen Regelung zu erwarten sind.

Die exemplarische Berechnung wird für eine 1,0 m und eine 2,0 m dicke Wand durchgeführt. Es wird angenommen, dass das Bauteil mit einer Holzschalung $d = 21$ mm beidseitig eingeschalt ist. Die Schalung wird nach 96 Stunden entfernt. Für die Berechnung wird linearelastisches Materialverhalten vorausgesetzt. In Bild 6.4 sind die berechneten Rissweiten dargestellt. Bei der 1,0 m dicken Wand wären die Rissweiten eingehalten und bei der 2,0 m dicken Wand muss eine Bewehrung eingelegt werden. Die berechneten Rissweiten sind ein Maß für die Not-

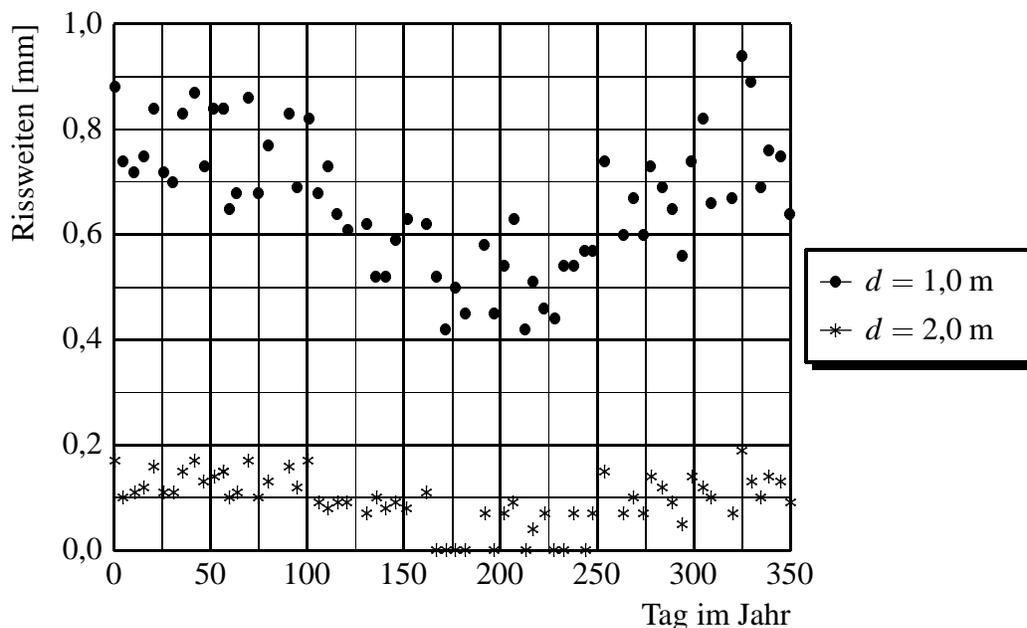


Bild 6.4: Untersuchung zu Rissweiten infolge Eigenspannungen

wendigkeit einer Mindestbewehrung. Durch die tatsächlichen Spannungsverhältnisse, die durch die Temperaturgeschichte, dem viskoelastischen und dem hypoelastischen Materialverhalten von den vereinfachten Annahmen abweichen können, werden die tatsächlichen Rissweiten geringer sein. Genauere Nachweise im Einzelfall können zu günstigeren Ergebnissen führen.

Eine Bewehrung unterstützt die Selbstregulierung der Rissweitenverteilung. Für die Bemessung der Bewehrung gilt [53]:

$$F_s \geq A_{ct,eff} \cdot f_{ct} \quad (6.7)$$

Die wirksame Betonzugzone $A_{ct,eff}$ ist eine Modellvorstellung, die der Beschreibung der Verhältnisse der Krafteinleitung beim Bewehrungsstab dient [107]. Die Einführung der wirksamen Betonzugzone für die Bemessung der Bewehrung für Risse infolge Eigenspannungen steht formal im Widerspruch zum allgemeinen Verständnis, dass bei Zwangbeanspruchung die gesamte unter Zugspannung stehende Betonfläche A_{ct} angesetzt werden muss (vgl. Bild 1.4. Da jedoch bei Eigenspannungen angenommen werden darf, dass grundsätzlich eine Rissverteilung vorhanden ist, kann die Bewehrung so bemessen werden, dass über den Riss Zugkräfte übertragen werden, die die äußeren Fasern des Querschnitts zusätzlich verzerren. Damit wird die Zugfestigkeit in einem kürzeren Abstand zum Riss erreicht als durch die Selbstregulierung. Die Bewehrung ist also nur für den Bereich zu bemessen, der durch die Bewehrung verzerrt werden kann. FISCHER [31] und BERGNER [5] haben detaillierte Berechnungen zur Krafteinleitung an Bewehrungsstäben mit Scheibenmodellen durchgeführt und Ansätze zur Bestimmung der effektiven Zugzonenhöhe h_{eff} hergeleitet. Als untere Grenze für die effektive Zugzonenhöhe kann

$$h_{eff} = 2,5 (h - d) \quad (6.8)$$

angesetzt werden [53]. Für die Übertragbarkeit auf die Eigenspannungszustände besteht noch Forschungsbedarf. Da für die Eigenspannungen eine einlagige Bewehrung angenommen werden kann, gilt:

$$h_{eff} = 2,5 \cdot c_{nom} \quad (6.9)$$

mit

c_{nom} nominelle Betondeckung

. Als Bemessungsansatz ergibt sich

$$a_s = \frac{h_{eff} \cdot f_{ctm}}{\sigma_s} \quad (6.10)$$

mit

σ_s zulässige Stahlspannung [MN/m^2]

f_{ctm} mittlere Betonzugfestigkeit [MN/m^2]

a_s Bewehrungsquerschnitt [cm^2/m]

. Dieser Ansatz ist implizit schon in den normativen Regelungen [24] und [27] berücksichtigt, und zwar für die dort festgelegte obere Grenze für den Bewehrungsquerschnitt [52]. Wesentlicher Unterschied ist, dass die Eingangswerte h_{eff} ; f_{ctm} aus der Konstruktion bestimmt werden

müssen und dass als zulässige Stahlspannung nicht die Streckgrenze f_{yk} angesetzt wird. Mit einer Bewehrung, die für die Streckgrenze bemessen ist, ist zum einen eine Rissbreitenverteilung nicht möglich und zum anderen stört ein plastifizierter Stahl beim möglichen Schließen der Risse. Die zulässigen Spannungen können sich an den normativen Werten für die Rissbreitenbeschränkung in E DIN1045-1 orientieren. Die weiterhin vorhandene Selbstregulierung kann durch eine Abminderung der erforderlichen Kraft, die über die Rissufer übertragen werden muss, oder über die zulässigen Stahlspannungen berücksichtigt werden. Für die Zugfestigkeit f_{ctm} kann die tatsächlich vorhandene Festigkeit zum Zeitpunkt der Rissbildung angesetzt werden. Bei der Festlegung ist jedoch zu beachten, dass die Rissbildung nicht zum Zeitpunkt der maximalen Temperatur sondern beim Ausschalen erwartet werden muss. Der Hochleistungsbeton hat zu dem Zeitpunkt unter Beachtung der Erhärtingsbedingungen seine Endfestigkeit erreicht.

6.3 Temperaturbelastung

Da Oberflächenrisse einen ästhetischen Mangel darstellen können, auch wenn sie technisch weniger relevant sind, sollten Maßnahmen untersucht werden, mit denen kritische Temperaturzustände vermieden werden. Der Pfeiler und der Überbau des Pilotprojekts Buchloe dient als Untersuchungsobjekt. Die geometrischen Abmessungen können den Abbildungen im Kapitel 2 entnommen werden. Aus einem weitem Spektrum sind einzelne Parameter ausgewählt, um zu untersuchen, wie die Temperaturentwicklung beeinflusst wird. Die Variation der Parameter geht von der bei dem Projekt Buchloe vorgefundenen Grundkonfiguration aus. Alle Berechnungen sind mit den gemessenen atmosphärischen Bedingungen durchgeführt, um diesen Einfluss realitätsnah zu erfassen. Die Berechnungsvariationen sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt. Die Längsachse des Pfeilers verläuft in Ost–West Richtung. Nur für die Berechnung PF 03 wurde die Orientierung um 90° gedreht. Die Betonmischungen finden sich in der Tabelle 6.3 und die Schalungstypen in der Tabelle 6.4. Bei allen Berechnungen ist eine Einschalzeit von 96 h angesetzt. Die Berechnungen starten jeweils um 10:00 Uhr. Bei den Berechnungen, für die der Berech-

Tabelle 6.2: Berechnungsparameter für den Pfeiler

Name	Betonm.	Frisch- beton- temperatur	Schalung Stirn	Schalung Seite	Berechnungs- zeitraum
PF 01	1	24	1	2	1 Jahr
PF 02	1	18	1	2	1 Jahr
PF 03	3	18	1	2	1 Jahr
PF 04	1	24	1	2	1 Jahr
PF 05	1	24	1	1	1 Jahr
PF 06	1	18	1	1	1 Jahr
PF 07	1	24	2	1	1 Jahr
PF 08	1	24	1	2	Jan.-Feb.
PF+09	1	24	1	2	Juli-Aug.

nungszeitraum *Jahr* angegeben ist, ist aus den Klimadaten ein Jahr ausgewählt und über dieses

Tabelle 6.3: Betonmischungen

Mischung		1	2	3
Zement	[kg/m ³]	420	380	340
MS-Slurry	[kg/m ³]	70	50	
SFA	[kg/m ³]		60	
Zuschlag	[kg/m ³]	1898	1863	1959
Wasser	[kg/m ³]	135	145	170

Tabelle 6.4: Schalung

Typ	Holz [mm]	Luftsch. [mm]	Holz [mm]
1	21	60	21
2	21	–	–

Jahr gleichmäßig verteilte Betoniertermine angenommen. Um die Übertragbarkeit der Ergebnisse eines Jahres auf mehrere Jahre abzuschätzen, wurden für die Winterzeit die Monate Januar und Februar und für die Sommerzeit die Monate Juli und August ausgewählt und für diese beiden Zeiträume die Berechnung über mehrere Jahre durchgeführt. Zur kompakten Darstellung der Berechnungsergebnisse sind in den folgenden Bildern die maximalen Temperaturerhöhungen jeder Berechnung und signifikante Temperaturdifferenzen angegeben. Beim Pfeiler beziehen sich die Werte auf die Achsen in Längs- und Querrichtung, beim Überbau auf die Plattendicke und den Unterschied zwischen Kragarm und Platte.

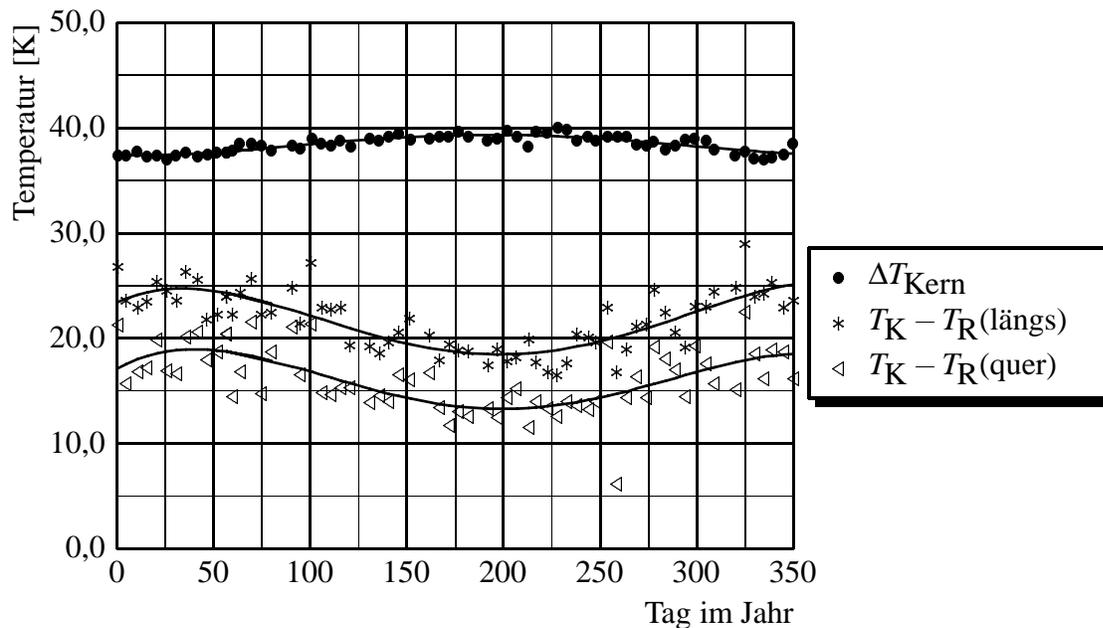


Bild 6.5: Berechnung PF 01

- PF 01 (Bild 6.5)

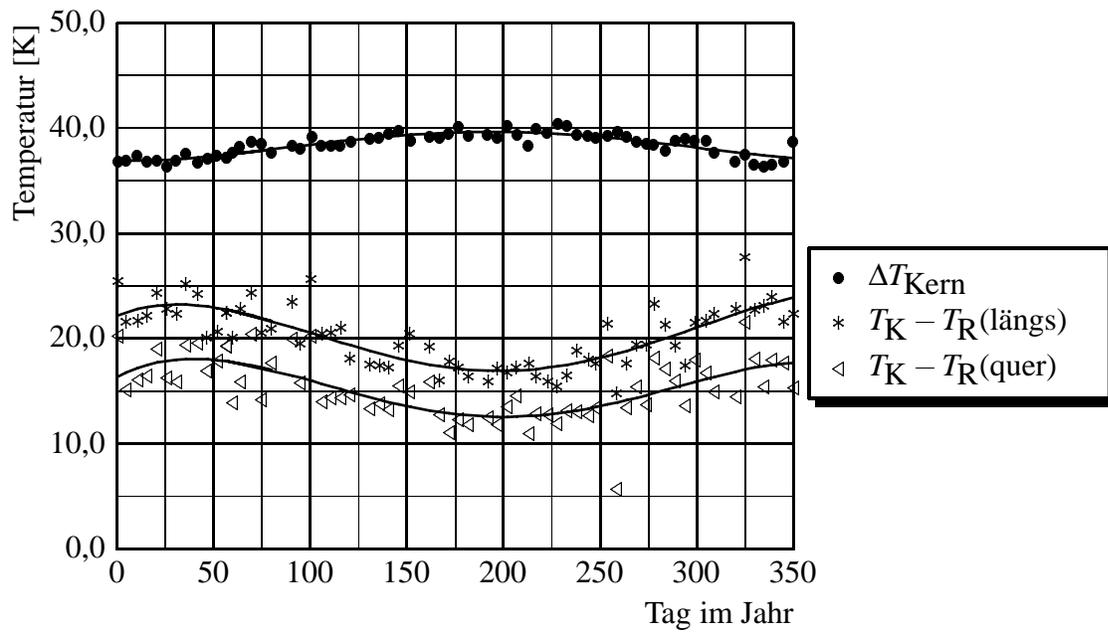


Bild 6.6: Berechnung PF 02

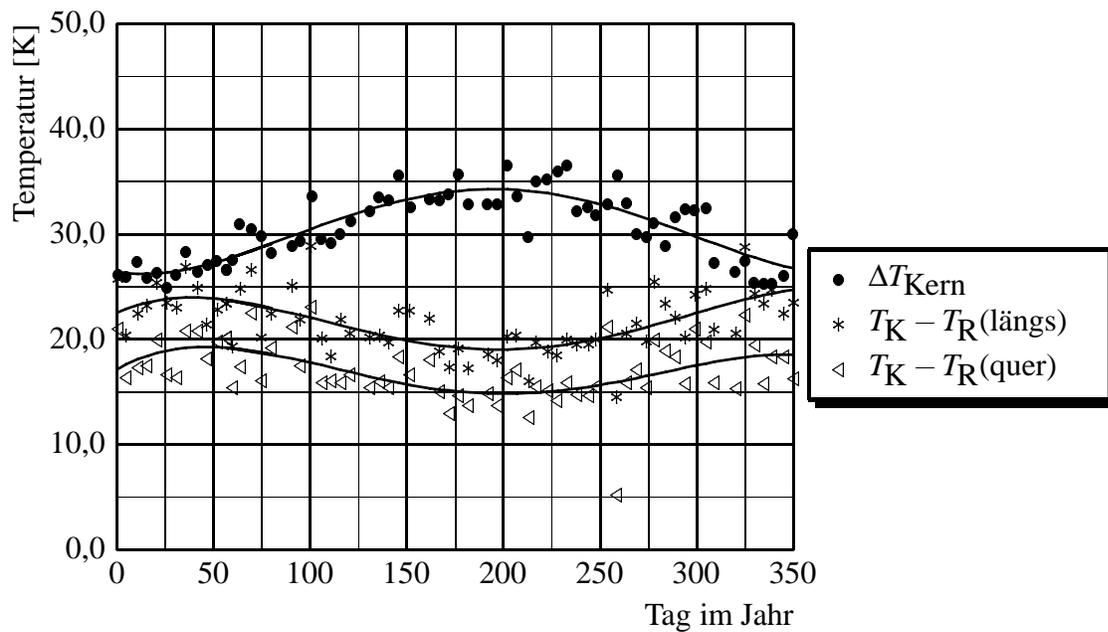


Bild 6.7: Berechnung PF 03

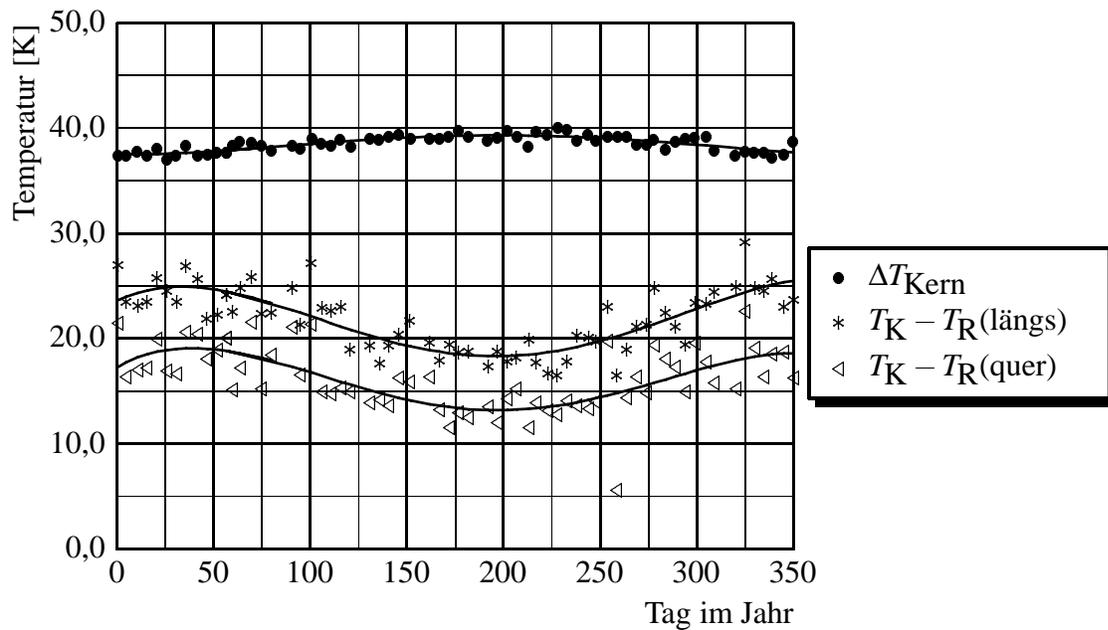


Bild 6.8: Berechnung PF 04

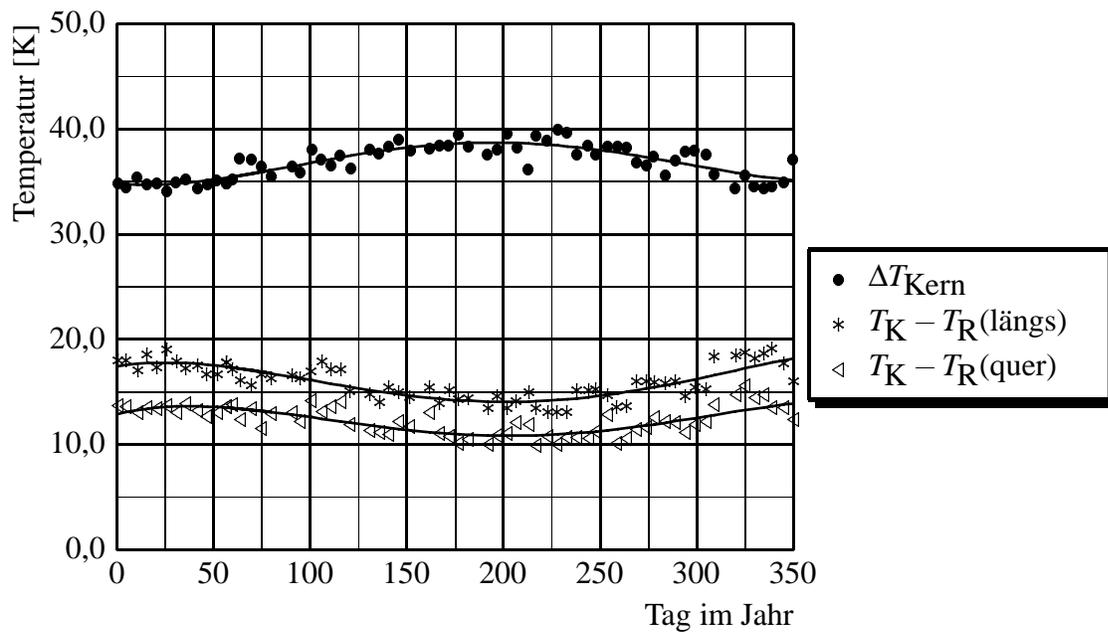


Bild 6.9: Berechnung PF 05

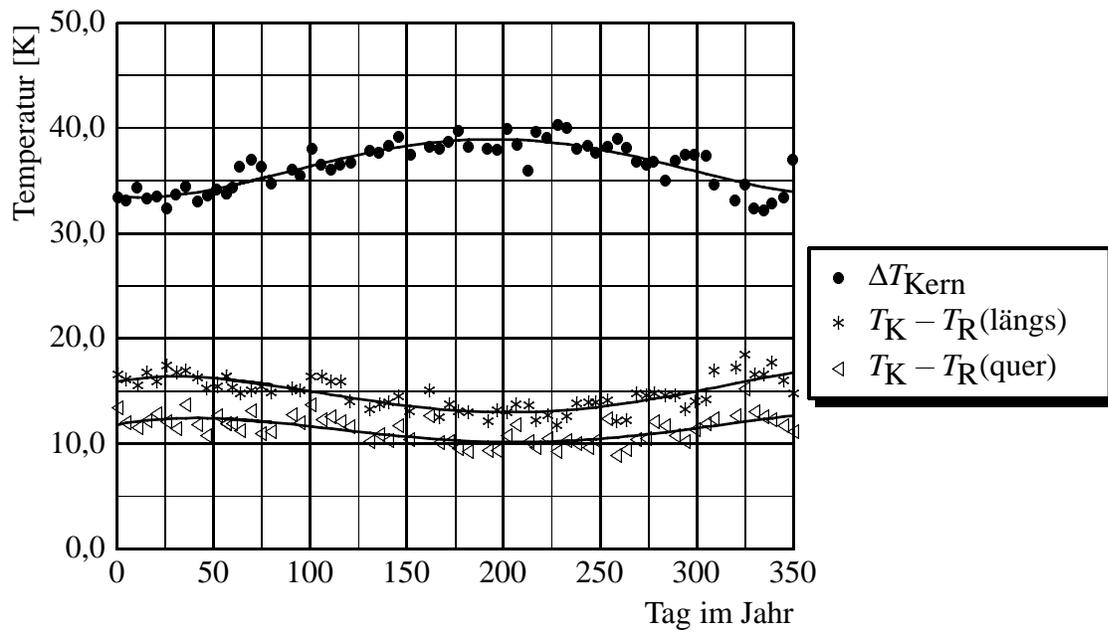


Bild 6.10: Berechnung PF 06

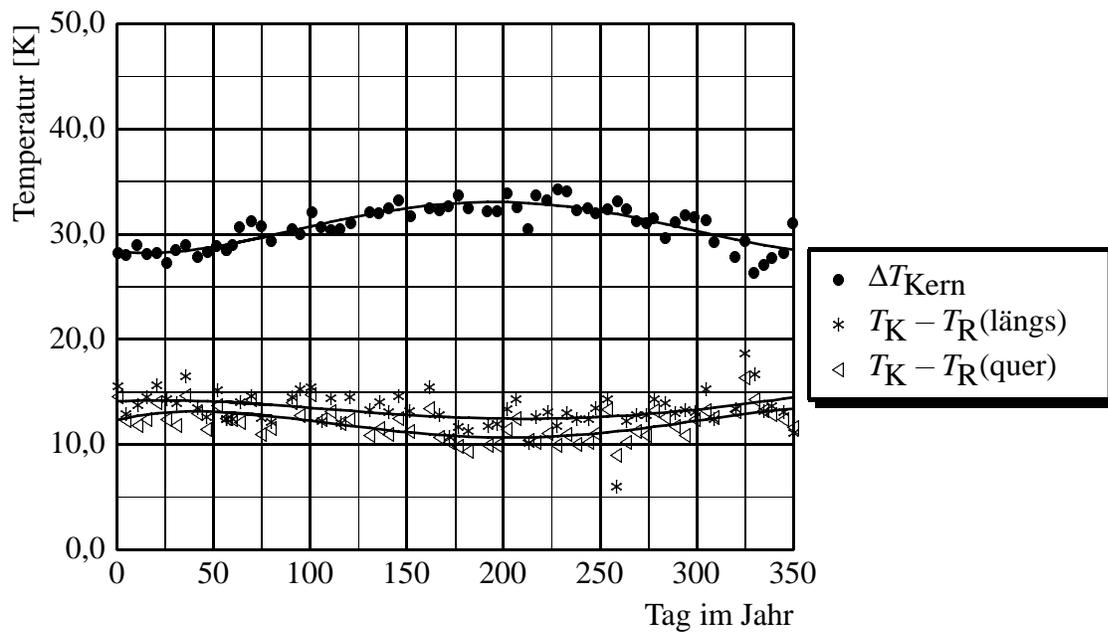


Bild 6.11: Berechnung PF 07

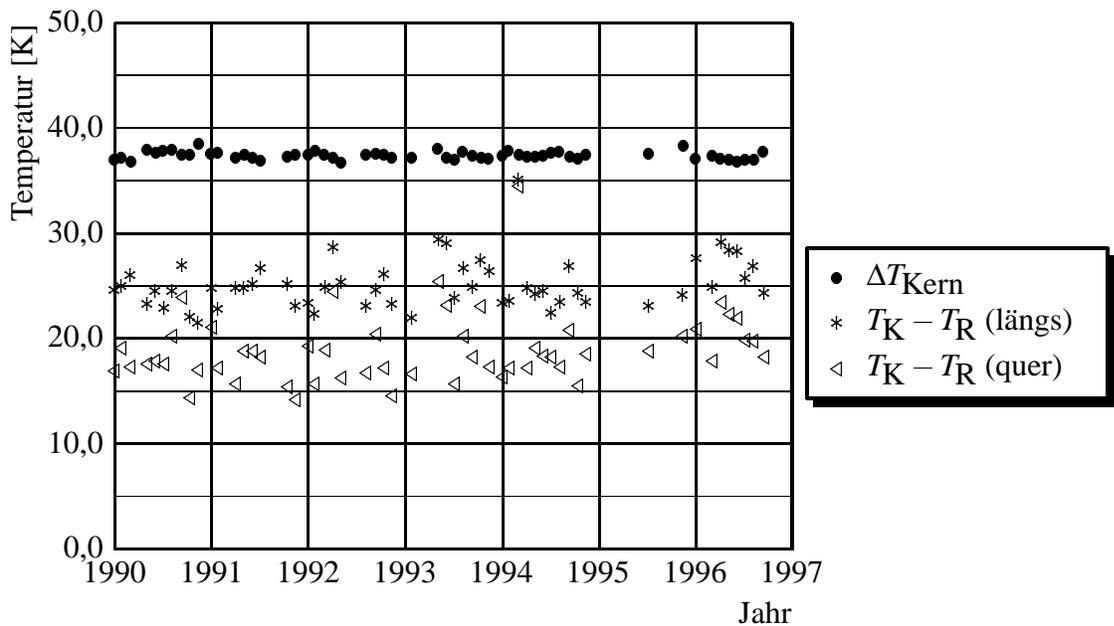


Bild 6.12: Berechnung PF 08

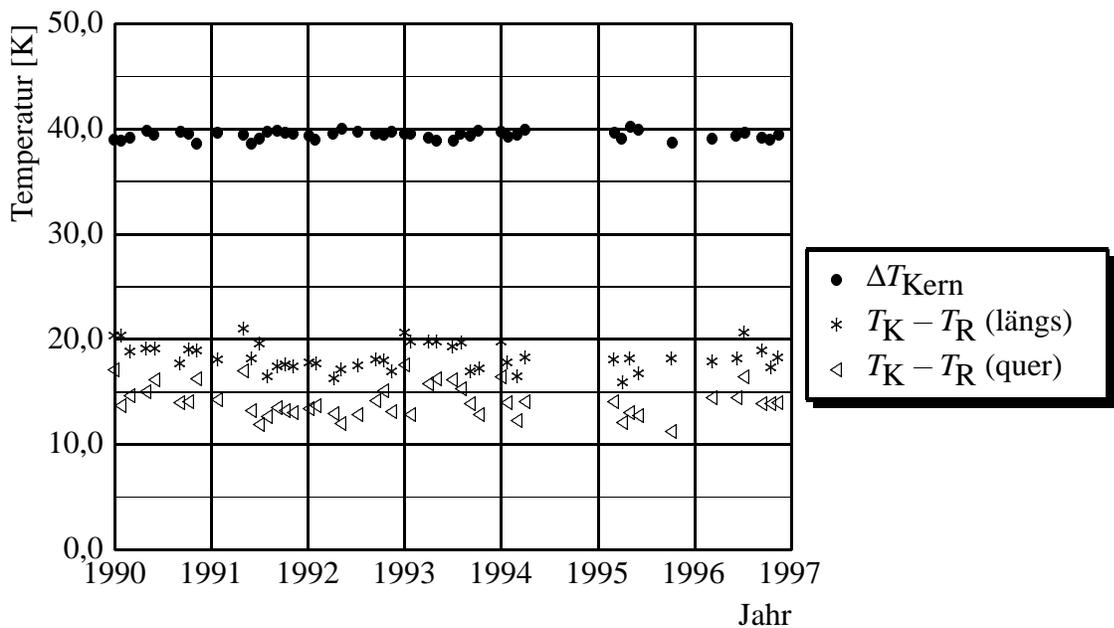


Bild 6.13: Berechnung PF 09

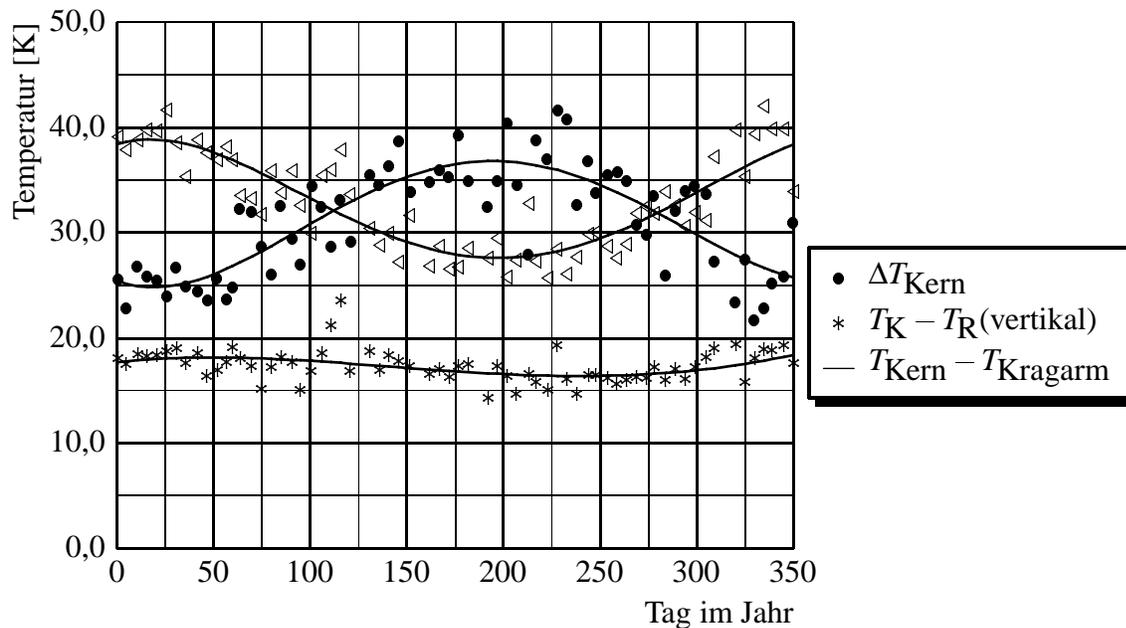


Bild 6.14: Berechnung des Überbaus über ein Jahr

Die maximale Temperaturerhöhung schwankt nur zwischen 3 K. Im Mittel beträgt sie 48 K. Die Temperaturdifferenzen haben eine stärkere jahreszeitliche Abhängigkeit, was darauf zurückzuführen ist, dass die maximalen Differenzen beim Ausschalen auftreten. Besonders kritisch sind die Werte in Längsrichtung. Sie erreichen in den kühleren Jahreszeiten Werte über 25 K. Die Werte in Querrichtung betragen maximal 20 K. Sie sind als weniger kritisch einzustufen.

- PF 02 (Bild 6.6)

Die Absenkung der Frischbetontemperatur zeigt keinen Einfluss auf die maximale Temperaturerhöhung unter der gegebenen Konfiguration. Ursächlich für dieses Ergebnis dürfte der Hochleistungsbeton sein, dessen schnelle Hydratationsentwicklung durch eine kühlere Ausgangstemperatur weniger abgemindert wird als bei Betonen mit geringerem Zementgehalt. Die Temperaturdifferenz zwischen dem Rand und dem Kern wird geringfügig abgemindert. Die Ergebnisse bedeuten, dass durch eine Kühlung, wie sie für die Berechnung abgenommen wurde, die Betontemperatur nur um den Betrag der Kühlung selbst gemindert wird.

- PF 03 (Bild 6.7)

Auffallend an den Ergebnissen im Vergleich zu den ersten beiden Berechnungen ist, dass der Beton mit dem geringeren Zementgehalt stärker von den klimatischen Bedingungen beeinflusst wird. Die maximale Temperaturerhöhung ist im Vergleich zur Berechnung PF 02 im Winter um etwa 10 K und im Sommer 5 K geringer. Die Temperaturdifferenzen werden weniger beeinflusst. Sie sind sogar geringfügig größer als beim Hochleistungsbeton mit der gleichen Frischbetontemperatur.

- PF 04 (Bild 6.8)

Für die Berechnung wurde das Bauteil um 90° gedreht. Die geänderte Orientierung zur Sonne hat für die hier untersuchten Aspekte keinen Einfluss.

- PF 05 (Bild 6.9)
Durch Verwendung einer einschaligen Schalung auf den Seitenflächen wird das maximale Temperaturniveau im Sommer unwesentlich verändert. Im Winter ist die Temperaturerhöhung geringer, da über die Schalung mehr Wärme abgeführt wird. Positiv ist die signifikante Senkung der Temperaturdifferenzen. Dieser Effekt begründet sich damit, dass das Bauteil nach dem Abklingen der Hydratationstätigkeit des Zementes in der Schalung schneller abkühlt als bei der doppelschaligen Konstruktion. Zum Zeitpunkt des Ausschalens haben sich die Temperaturen im Bauteil schon angeglichen.
- PF 06 (Bild 6.10)
Auch bei der dünneren Schalung hat die Reduzierung der Frischbetontemperatur keine signifikante Auswirkung.
- PF 07 (Bild 6.11)
Für diese Berechnung wurde die Schalung der Stirnseite besser wärmeisoliert als die der Seitenflächen. Die maximale Temperatur ist hierdurch gegenüber PF 06 wenig beeinflusst. Vorteilhaft ist jedoch die weitere Reduzierung der Temperaturdifferenz in Längsrichtung. Es werden Werte erreicht, die als unkritisch eingestuft werden können. Dieses Ergebnis zeigt, dass bei kompakten Bauteilen eine für die Wärmesituation abgestimmte Schalung zur mängelfreien Ausführung beiträgt. Die Temperaturen können so beeinflusst werden, dass sie unterhalb eines kritischen Niveaus verbleiben.
- Pf 08 und Pf 09 (Bild 6.12 und 6.13)
Die beiden Bilder zeigen, dass die Ergebnisse über die Jahre konstant sind. Damit ist es ausreichend, Untersuchungen zur Temperaturbelastung für ein Jahr durchzuführen. Durch eine Erhöhung der Anzahl der Berechnungen pro Jahr können mehr unabhängige Fälle untersucht werden als durch die Berechnung über mehrere Jahre.

In Bild 6.14 ist das Ergebnis einer Berechnung für den Überbau dargestellt. Aufgrund der dünneren Platte und der geringeren Schalfläche sind größere jahreszeitliche Schwankungen vorhanden. Insbesondere die Sonnenstrahlung führen in den Sommermonaten zu einer Erwärmung, wodurch die maximale Temperaturerhöhung ansteigt. Aber auch die Kragarme werden stärker erwärmt, so dass die Differenz abnimmt. In den Wintermonaten kühlen wiederum die Kragarme stärker ab, so dass die Temperaturdifferenzen größer werden. Durch einen angepassten Vorspannzeitpunkt können kritische Verzerrungszustände verhindert werden.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Während der Erhärtung des jungen Betons entstehen thermisch induzierte Spannungen, die zu Rissen führen können. Ursachen für die thermische Beanspruchung sind die Hydratationswärmeentwicklung des Zements und atmosphärische Einflüsse. Zur Beurteilung der Rissgefahr sind in der Arbeit rechnerische Untersuchungen durchgeführt worden. Ein besonderer Aspekt galt dabei dem Hochleistungsbeton.

Bei dem Pilotprojekt Buchloe zur Anwendung von Hochleistungsbeton im Brückenbau wurden Temperaturen in den relevanten Bauteilen gemessen. Durch eine engmaschige Anordnung der Temperaturfühler konnten Temperaturfelder aufgezeichnet werden. Die Messergebnisse geben Informationen über die thermische Belastung und dienen zur Verifikation der numerischen Berechnungen.

Während der Erhärtung ist das geänderte Materialverhalten des jungen Betons zu beachten. Durch die ansteigende Steifigkeit wird nur ein Teil der eingepprägten thermischen Verzerrungen in elastische Spannungen umgewandelt. Dadurch verbleiben infolge eines Erwärmungs- und Abkühlungszykluses Spannungen im Querschnitt. Wegen der noch nicht ausgeprägten Materialstruktur treten größere viskoelastische Verformungen auf als beim erhärteten Beton. In der Literatur veröffentlichte Materialwerte, die sich auf dieses Phänomen fokussieren, sind in dieser Arbeit in Vergleichsstudien den normativen Ansätzen gegenübergestellt worden. Die Ergebnisse zeigen, dass die rechnerischen Unterschiede geringer sind, als die Ansätze vermuten lassen. Für die Beurteilung der Belastung im jungen Beton können daher normative Ansätze gewählt werden.

Bei der Bestimmung der Temperaturfelder in einem Querschnitt ist die Wärmeberechnung mit der Hydratationsberechnung wegen der Temperaturabhängigkeit der chemischen Reaktion zu koppeln. Darüber hinaus sind vielschichtige atmosphärische Einwirkungen vorhanden, die in eine Berechnung eingebunden werden müssen. Um diese Anforderungen zu erfüllen, wurde ein Programm zur Wärmeberechnung auf Basis der finiten Elemente verfasst. Wesentliches Merkmal ist eine hohe Flexibilität für die Berücksichtigung unterschiedlicher Eingangsparameter. So kann beispielsweise die räumliche Orientierung der Struktur durch die einfache Änderung eines Eingangsparameters variiert werden.

Zur Modellierung des Hydratationsverlaufs wurde ein rechnerisches Verfahren entwickelt, das auf der Penetrationsberechnung einzelner Zementkörner mit unterschiedlichen Durchmessern basiert. Über die charakteristische Partikelgrößenverteilung eines Zements, gekennzeichnet

durch den Lageparameter und das Steigungsmaß im RRSB-Netz, können unterschiedliche Zemente modelliert werden. Der zeitlich verteilte Hydratationsbeginn der einzelnen Zementkörner wird mit einer Normalverteilung berücksichtigt. Für die Penetrationsberechnung wird in Analogie zur Berechnung der Wärmeleitung eine Differentialgleichung angesetzt, die mit der Methode der finiten Elemente gelöst wird. Da bei Hochleistungsbetonen systembedingt ein Wassermangel vorhanden ist, wird das Wasser zur bestimmenden Größe für den Hydratationsverlauf. In der Berechnung ist hierzu ein empirischer Ansatz in das Modell eingebunden. Die Anwendung des Berechnungsverfahrens wird beim konstruktiven Ingenieur gesehen, der damit auf der Basis von Daten zu Betonmischung und Zement das Phänomen der Hydratationswärmeentwicklung abbilden kann. Insbesondere für Parameterstudien zur Bauteilbelastung sind umfangreiche Laborergebnisse nicht notwendig. Eine Simulation eines konkreten Hydratationsverlaufs auf der Basis chemischer Zusammenhänge ist nicht angestrebt.

Die Berücksichtigung atmosphärischer Einflüsse auf Bauwerke gehört zum Stand der Technik. In den einschlägigen Normen werden wegen der Komplexität der Einwirkungen für bestimmte Grenzzustände Ersatzlasten formuliert. Eine Übertragbarkeit auf andere Bemessungssituationen ist nur eingeschränkt möglich. Um die Bedeutung klimatischer Einflüsse auf die Temperaturentwicklung zu ermitteln, werden die Berechnungen auf der Basis langjähriger Klimamessungen durchgeführt. Als Eingangsdaten dienen Lufttemperatur, Windgeschwindigkeit, direkte und diffuse Sonnenstrahlung. Weitere atmosphärische Einflüsse leiten sich aus diesen Daten ab. Da die Sonnenstrahlung nur als Globalstrahlung vorliegt, werden die Sonnenstrahlungsanteile aus der Globalstrahlung mit Hilfe eines meteorologischen Programms berechnet. Zur Ermittlung der Reflexionsstrahlung des terrestrischen Umfelds wird dieses unter Beachtung der Lage des zu untersuchenden Baukörpers über diskrete Flächenelemente abgebildet.

Zur Ermittlung der Spannungen in einem zweidimensionalen Querschnitt können ein einfaches Stäbchenverfahren, das auf dem Lamellenverfahren aufbaut, oder eine Berechnung mit der Methode der finiten Elemente durchgeführt werden. Für die Lösung mit der Methode der finiten Elemente ist ein spezielles Element für die Querschnittsberechnung abgeleitet worden. Durch die Reduzierung von 24 auf 12 Freiheitsgrade ist eine wirtschaftliche Berechnung der räumlichen Verschiebungsfelder möglich.

Der Spannungsaufbau in einem Querschnitt kann mit Hilfe eines Scheibenmodells studiert werden. Es zeigt sich, dass ein ungestörter Spannungsverlauf nach einer Einleitungslänge, die der Scheibenbreite entspricht, vorhanden ist. Basierend auf diesen Erkenntnissen lässt sich ein vereinfachter Ansatz zur Bestimmung der Rissbreiten ableiten. Werden die zulässigen Rissbreiten überschritten, ist eine Bewehrung anzuordnen, die eine ausreichende Rissverteilung gewährleistet. Zur Bemessung dieser Bewehrung wird die wirksame Betonzugfläche mit der tatsächlichen Betonzugfestigkeit angesetzt.

Der Einfluss der klimatischen Bedingungen ist abhängig von der Betonmischung und der Schalung. Hochleistungsbeton mit einem hohen Zementanteil erfährt einen so raschen Temperaturanstieg, dass die maximale Temperatur nur geringfügig von der klimatischen Situation beeinflusst wird. Läuft der Hydratationsprozess durch eine Mischung mit weniger Zement oder einer geringeren Frischbetontemperatur langsamer ab, beeinflussen atmosphärische Einwirkungen die Temperatur im Bauteil stärker. Die Temperaturdifferenzen zwischen dem Kern und der Oberfläche haben eine stärkere jahreszeitliche Beeinflussung als die maximalen Bauteiltemperaturen. Bei kompakten Querschnitten ist durch die Schalungskonstruktion der Wärmefluss so zu steuern, dass dieser über den kurzen Weg erfolgt.

Spannungsberechnungen am Pfeiler Buchloe zeigten, dass die Spannungszustände in derartige Bauteile durch eine Reduzierung auf eindimensionale Verhältnisse nicht richtig erfasst werden. Durch unterschiedliche Temperaturgradienten in Längs- und Querrichtung dominiert die Längsrichtung des Pfeilers, so dass im Wesentlichen nur an den Stirnflächen Zugspannungen entstehen. Sind Querschnitte als kritischen einzustufen, sollten in der Tragwerksplanung Untersuchungen durchgeführt werden. Die Temperaturbelastung in jungem Beton ist, auch wenn sie nur während einer kurzen Zeitspanne kritisch werden kann, eine Einwirkung, die von dem planenden Ingenieur beurteilt werden muss. Zur Lösung dieser Aufgabe wurden verschiedene Ansätze gezeigt.

Zukünftige Forschungen können anschließen an die Ermittlung des Spannungsaufbaus nach einem Riss. Für die Untersuchungen sollten bruchmechanische Ansätze aufgegriffen werden. Ein andere Aufgabe ist die Entwicklung verbesserter Mindestbewehrungskonzepte unter der Berücksichtigung tatsächlicher Einwirkungen. Durch die Steigerung der Leistungsfähigkeit moderner Baustoffe sind die am Bauteilwiderstand orientierten Mindestbewehrungskonzepte zu hinterfragen.

Literaturverzeichnis

- [1] Badoux, M. *Numerical study of the probability of thermal shrinkage cracking in a HPC cut-and-cover tunnel*. In Holand, I. und Sellevold, E. J., Hg., *Utilization of High Strength/High Performance Concrete*, S. 991–999, Sandefjord, Norway, 1999.
- [2] Baehr, H. D. und Stephan, K. *Wärme- und Stoffübertragung*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.
- [3] Bathe, K.-J. *Finite-Elemente-Methode*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1986.
- [4] Bech, S. M. und Carlsen, J. E. *Durability of high-strength offshore concrete structures*. In Holand, I. und Sellevold, E. J., Hg., *Utilization of High Strength/High Performance Concrete*, S. 1387–1394, Sandefjord, Norway, 1999.
- [5] Bergner, H. *Rißbreitenbeschränkung zwangbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1994.
- [6] Bernhardt, K., Brameshuber, W., König, G., Krill, A., und Zink, M. *Vorgespannter Hochleistungsbeton: Erstanwendung in Deutschland beim Pilotprojekt Sasbach*. *Beton- und Stahlbetonbau*, 94(5):216–223, 1999.
- [7] Brameshuber, W. *Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton*. Dissertation, Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1988.
- [8] Brameshuber, W. *CKW-sperrende Wanne des Uniklinikums Gießen*. *Betonbauten beim Umgang mit umweltgefährdenden Stoffe, Darmstädter Masivbau Seminar*, Band(10):XVIII 1–9, 1993.
- [9] Brandes, C. *Betontechnologische Möglichkeiten zur Reduzierung des autogenen Schwindens*. In Lehrstuhl für Baustoffkunde und Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, Hrsg., *Beiträge zum 38. DAfStb-Forschungskolloquium*, S. 67–76, Berlin, 2000. DAfStb.
- [10] Breitenbücher, R. *Zwangsspannungen und Rißbildung infolge Hydratation*. Dissertation, Technische Universität München, 1989.
- [11] Breugel, K. van. *Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials*. Dissertation, Technische Universität Delft, 1991. 2. Ausgabe, 1977.

- [12] Bronstein, I. N. und Semendjajew, K. A. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 1989.
- [13] Bulletin d'Information, No. 222. *Application of High Performance Concrete*. CEB, Lausanne, November 1994.
- [14] Bulletin d'Information, No. 228. *High Performance Concrete*. CEB, Lausanne, Juli 1995.
- [15] Cordes, H. *Über die Spannungs–Dehnungsbeziehungs–Linien der Werkstoffe Stahl und Beton*. *Beton*, 4:338–341, 1974.
- [16] Czernin, W. *Zementchemie für Bauingenieure*. Bauverlag, 2. Ausgabe, 1964.
- [17] DAfStb. *Richtlinie für hochfesten Beton, Ergänzung zur DIN 1045/07.88 für die Festigkeitsklassen B 65 bis B 115*.
- [18] Deutscher Beton–Verein E.V., Hrsg. *Beton–Handbuch*. Bauverlag, Berlin, 3. Ausgabe, 1995.
- [19] Dilger, W. H., Wang, C., und Niitani, K. *Experimental study on shrinkage and creep of High–Performance Concrete*. In Larrard, F. de und Lacroix, R., Hg., *Utilization Of High Strength/High Performance Concrete*, S. 311–319, Paris, France, 1996. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.
- [20] DIN 1048. *Prüfverfahren für Beton*, Juni 1991.
- [21] DIN 1072. *DIN 1072 Straßen- und Wegbrücken; Lastannahmen*, Dezember 1985.
- [22] DIN 1075. *Betonbrücken; Bemessung und Ausführung*, 1981.
- [23] DIN 1164. *Zement Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen*, Oktober 1994.
- [24] DIN 4227. *Spannbeton Teil 1; Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung*, Juli 1988.
- [25] DIN 4227-1/A1. *Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung Änderung A1*, Dezember 1995.
- [26] DIN V ENV 1992-1. *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau*, Juni 1992.
- [27] E DIN 1045-1. *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion*, November 1998.
- [28] Eierle, B. *Berechnungsmodelle für rißgefährdete Betonbauteile unter frühem Temperaturzwang*. Dissertation, Technische Universität München, 2000.
- [29] ENV 1991-3. *Eurocode 1: Einwirkung auf Tragwerke. Teil 3: Verkehrslasten auf Brücken*, August 1996.
- [30] ENV 1992-2. *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 2: Betonbrücken*, September 1996.

- [31] Fischer, A. *Modelluntersuchungen zur Ermittlung des Rißabstandes dicker Bauteile aus Stahlbeton*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1991.
- [32] Fouad, N. A. *Rechnerische Simulation der klimatisch bedingten Temperaturbeanspruchungen von Bauwerken - Anwendung auf Beton-Kastenträgerbrücken und -sandwichwände*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin, 1998.
- [33] Freiesleben, H., Hansen, P., und Pedersen, E. J. *Måleinstrument til kontrol af betons haerdning*. *Nordisk Betong*, Nr.(1):21–25, 1977.
- [34] Grasser, E. *Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen*. Dissertation, Technische Hochschule München, 1968.
- [35] Grube, H. *Ursache des Schwindens von Beton und Auswirkungen auf Betonbauteile*. Betonverlag, Düsseldorf, 1991.
- [36] Guse, U. und Hilsdorf, H. K. *Dauerhaftigkeit hochfester Betone*, Heft 487 *DAfStb*. Beuth Verlag, Berlin, 1998.
- [37] Gutsch, A.-W. *Stoffeigenschaften jungen Betons – Versuche und Modelle*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1998.
- [38] Hamfler, H. *Berechnung von Temperatur-, Feuchte- und Verschiebungsfeldern in erhärtenden Betonbauteilen nach der Methode der finiten Elemente*, Heft 395 *DAfStb*. Beuth Verlag, Berlin, 1988.
- [39] Held, M. *Ein Beitrag zur Herstellung und Bemessung von Druckgliedern aus hochfestem Normalbeton (B60 - B125)*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1992.
- [40] Helionda. *Programm zur Berechnung der Sonnenstrahlung*.
- [41] Hilsdorf, H. K. *Beton*. In *Betonkalender 1996*. Ernst & Sohn, Berlin, 1996.
- [42] Hintzen, W. *Zum Verhalten des jungen Betons unter zentrischem Zwang beim Abfließen der Hydratationswärme*. Dissertation, Rheinisch–Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1998.
- [43] Huckfeldt, J. *Thermomechanik hydratisierenden Betons –Theorie, Numerik und Anwendung–*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993.
- [44] Iqbal, M. *An Introduction To Solar Radiation*. Academic Press Canada, Ontario, 1983.
- [45] Jonasson, J.-E., Groth, P., und Hedlund, H. *Modelling of temperature and moisture field in concrete to study early age movements as a basis for stress analysis*. In Springenschmid, R., Hrsg., *Thermal Cracking in Concrete at Early Ages*, S. 45–52. RILEM, E & FN Spon, 1995.
- [46] Kehlbeck, F. *Einfluß der Sonnenstrahlung bei Brückenbauwerken*. Dissertation, Technische Universität Hannover, 1975.

- [47] Keienburg, R.-R. *Kornverteilung und Normfestigkeit von Portlandzement*. Dissertation, Technische Universität Karlsruhe, 1976.
- [48] Kern, E. *Technologie des hochfesten Betons (B85 als Transportbeton)*. *Beton*, 43:109–115, 1993.
- [49] Kern, R. *Der Einfluß der Austrocknung auf die Wasserbindung und Eigenschaften des Betons*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1998.
- [50] Klöckner, H. *Beitrag zur Berechnung von Elastomerlagern auf nachgiebiger Unterlage unter Anwendung der Finiten-Elemente-Methode*. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1994.
- [51] König, G. und Grimm, R. *Hochleistungsbeton*. In *Betonkalender 1996*. Ernst & Sohn, Berlin, 1996.
- [52] König, G., Tue, N., und Pommerening, D. *Kurze Erläuterung zur Neufassung DIN 4227 Teil 1. Bauingenieur*, 71:83–88, 1996.
- [53] König, G. und Tue, N. V. *Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*, Heft 466 DAfStb. Beuth Verlag, Berlin, 1996.
- [54] Kuhlmann, K., Ellerbrock, H.-G., und Sprung, S. *Korngrößenverteilung und Eigenschaften von Zement. Zement-Gips-Kalk*, S. 169–178, 528–534, 1985.
- [55] Laube, M. *Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Alter*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Braunschweig, 1990.
- [56] Locher, F. W. *Zement-Taschenbuch 84*, Kap. Chemie des Zements und der Hydratationsprodukte. Bauverlag, Wiesbaden, 1984.
- [57] Mangerig, I. *Klimatische Temperaturbeanspruchung von Stahl- und Stahlverbundbrücken*. Dissertation, Universität Bochum, 1986.
- [58] Mangold, M. *Die Entwicklung von Zwang- und Eigenspannungen in Betonbauteilen während der Hydratation*. Dissertation, Technische Universität München, 1994.
- [59] Manns, W. *Gemeinsame Anwendung von Silicastaub und Steinkohleflugasche als Betonzusatzstoff*. *Beton*, 1997.
- [60] MARC Analysis Research Corporation. *Finite-Elemente-Programm*.
- [61] Marx, W. *Berechnung von Temperatur und Spannung in Massenbeton infolge Hydratation*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1986.
- [62] MC 90. *CEB-FIP Model Code 1990*. Thomas Telford Services Ltd., 1993.
- [63] Mehlhorn, G., Hrsg. *Der Ingenieurbau: Grundwissen; Werkstoffe, Elastizitätstheorie*. Ernst & Sohn, Berlin, 1996.

- [64] *Meteorologisches Institut der Ludwig–Maximilians–Universität, München, Wetterstation Garching*, 1998.
- [65] Mills, R. H. *Factors influencing cessation of hydration reaction in water cured cement pastes*. ACI–SP 60, American Concrete Institute, Washington, S. 406–424, 1966.
- [66] Müller, H. S. *Zur Vorhersage des Kriechens von Konstruktionsbeton*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1986.
- [67] Müller, H. S. *Kennwerte des Kriechens für hochfesten Beton*. In Hilsdorf, H. und Kohler, G., Hg., *Aus dem Massivbau und seinem Umfeld*, Festschrift zum 60. Geburtstag von Josef Eibl. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Karlsruhe, 1996.
- [68] Onken, P. und Rostásy, F. S. *Wirksame Betonzugfestigkeit im Bauwerk bei früh einsetzendem Temperaturzwang*, Heft 449 *DAfStb*. Beuth Verlag, Berlin, 1995.
- [69] Paas, U. *Mindestbewehrung für verformungsbehinderte Betonbauteile im jungen Beton*, Heft 489 *DAfStb*. Beuth Verlag, Berlin, 1998.
- [70] Paulini, P. *Kinetik der Zementhydratation und ihr Einfluss auf die Festigkeit von Beton im jungen Alter*. Dissertation, Universität Innsbruck, 1988.
- [71] Plannerer, M. *Temperaturspannungen in Betonbauteilen während der Erhärtung*. Dissertation, 1998, Technische Universität München.
- [72] Puche, M. *Rißbreitenbeschränkung und Mindestbewehrung bei Eigenspannungen und Zwang*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1998.
- [73] Ramp, R. *Zur Auswirkung der Hydratation bei Verbundbrücken*. Dissertation, Universität Bochum, 1991.
- [74] Rimmel, G. *Zum Zug– und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton*, Heft 444 *DAfStb*. Beuth Verlag, Berlin, 1994.
- [75] Rosin, P. und Rammler, E. *Gesetzmäßigkeiten in der Kornzusammensetzung des Zementes*. *Zement*, 31:427–433, 1933.
- [76] Rostásy, F. S. und Henning, W. *Zwang und Rißbildung in Wänden auf Fundamenten*, Heft 407 *DAfStb*. Beuth Verlag, Berlin, 1990.
- [77] Rostásy, F. S., Laube, M., und Onken, P. *Zur Kontrolle früher Temperaturrisse in Betonbauteilen*. *Bauingenieur*, 68:5–14, 1993.
- [78] Rüschi, H. und Jungwirth, D. *Stahlbeton – Spannbeton, Band 2 Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke*. Werner Verlag, Düsseldorf, 1976.
- [79] Schießl, P. *Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite*. In *Erläuterungen zu DIN 1045, Beton- und Stahlbeton, Ausgabe 07.88*, Heft 400 *DAfStb*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1994.

- [80] Schießl, P. und Alfes, Ch. *Verwendung von künstlichen Puzzolanen als Zusatzstoff im Beton, Phase I: Grundsätze der Wirksamkeit, Teil B: Silicastaub*. Forschungsbericht, Institut für Bauforschung, RWTH Aachen, Fraunhofer-IRB Verlag, Stuttgart, 1993.
- [81] Schießl, P. und Härdtl, R. *Verwendung von künstlichen Puzzolanen als Zusatzstoff im Beton, Phase I: Grundsätze der Wirksamkeit, Teil A: Steinkohlenflugasche*. Forschungsbericht, Institut für Bauforschung, RWTH Aachen, Fraunhofer-IRB Verlag, Stuttgart, 1993.
- [82] Schießl, P. und Müller, C. *Verwendung von künstlichen Puzzolanen als Zusatzstoff im Beton, Phase II: Wirksamkeit im Beton*. Forschungsbericht, Institut für Bauforschung, RWTH Aachen, Fraunhofer-IRB Verlag, Stuttgart, 1994.
- [83] Schlaich, J. und Schäfer, K. *Konstruieren im Stahlbetonbau*. In *Betonkalender 1998*. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1998.
- [84] Schöppel, K. *Entwicklung der Zwangsspannungen im Beton während der Hydratation*. Dissertation, Technische Universität München, 1993.
- [85] Schrage, I. und al., G. König et. *Hochfester Beton, Sachstandsbericht, Heft 438 DA/Stb*. Beuth Verlag, 1994.
- [86] Schrage, I. und Springenschmid, R. *Versuche über das Kriechen und Schwinden hochfesten Betons*. *Beton- und Stahlbetonbau*, S. 30–36 und 68–71, 1996.
- [87] Schulz, R. *Strahlenklima der Erde*. Steinkopff Verlag, Darmstadt, 1970.
- [88] Shkoukani, H. T. *Kriechen und Relaxation des Betons bei Temperaturzwangsbeanspruchung*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1990.
- [89] Sofistik. *Finite-Elemente-Programm*.
- [90] Springenschmid, R. *Betontechnologie im Wasserbau – Wasserbauten aus Beton*. Ernst & Sohn Verlag, 1987.
- [91] Springenschmid, R., Hrsg. *Thermal Cracking in Concrete at Early Ages*. Proceedings of the International RILEM Symposium. E & FN Spon, London, 1995.
- [92] Stempniewski, L. und Eibl, J. *Finite Elemente im Stahlbeton*. In *Betonkalender 1996*. Ernst & Sohn, Berlin, 1996.
- [93] Trost, H. *Auswirkung des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton*. *Beton- und Stahlbetonbau*, S. 261–269, 1967.
- [94] Verein Deutscher Zementwerke e.V., Forschungsinstitut der Zementindustrie. *Tätigkeitsbericht 1984–87*. Düsseldorf, 1987.
- [95] Warncke, F. *Beitrag zur Berechnung der Temperaturen und Temperaturspannungen im Beton infolge Hydratation*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1969.
- [96] Weigler, H. und Karl, S. *Beton, Arten – Herstellung – Eigenschaften*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1989.

- [97] Wesche, K. *Baustoffe für tragende Bauteile, Band 2, Beton*. Bauverlag, Wiesbaden, 1993.
- [98] Wischers, G. *Betontechnologische und konstruktive Maßnahmen gegen Temperaturrisse in massigen Bauteilen*. Sonderdruck Beton-Verlag, 2. Ausgabe, 1977.
- [99] Wittmann, F. *Bestimmung physikalischer Eigenschaften des Zementsteins*, Heft 232 DAfstb. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1974.
- [100] Zhou, Y. *Über das Festigkeitsverhalten verschiedener Werkstoffe: Unter besonderer Berücksichtigung des Verhaltens von Beton*. Dissertation, Technische Universität München, München, 1994.
- [101] Zichner, T. *Temperaturunterschiede infolge Witterungseinfluss von massiven Brücken*. Forschungsbericht 212, Bundestanstalt für Straßenwesen und Straßenverkehrstechnik, 1976.
- [102] Zienkiewicz, O. C. und Taylor, R. L. *The Finite Element Method*. McGraw-Hill Book Company (UK) Limited, London, 4. Ausgabe, 1989/1991.
- [103] Zilch, K. und Hennecke, M. *Anwendung hochfesten Betons im Brückenbau. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben DBV 204 im Auftrag des Deutschen Betonvereins E.V.* Forschungsbericht, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, München, 1998.
- [104] Zilch, K. und Hennecke, M. *Hochleistungsbeton im Brückenbau*. In *Betonbau in Forschung und Praxis*, Festschrift zum 60. Geburtstag von György Iványi. Verlag Bau + Technik, 1999.
- [105] Zilch, K. und Hennecke, M. *Messung der Hydratationswärmeentwicklung und der Frühverformungen des hochfesten Betons während des Erhärtungsprozesses an einem Brückenbauwerk. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben FE 15.309/1998/DRB im Auftrag der Bundesanstalt für Straßenwesen*. Forschungsbericht, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, München, 1999.
- [106] Zilch, K., Pfisterer, H., Müller, A., und Hennecke, M. *Pilotprojekt Buchloe – Brückenbauwerk mit Hochleistungsbeton B 85*. *Bauingenieur*, 74:370–378, 1999.
- [107] Zilch, K. und Rogge, A. *Bemessung der Stahlbeton- und Spannbetonbauteile*. In *Betonkalender*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2000.
- [108] ZTV-K 96. *Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen*, 1996.

Bezeichnungen und Abkürzungen

Soweit im Text nicht explizit erläutert, gelten folgende Bezeichnungen und Abkürzungen:

Abkürzungen

Abb.	Abbildung
EC	Eurocode
FEM	Finite-Elemente-Methode
SFA	Steinkohlenflugasche
MS	Mikrosilica
Gl.	Gleichung
Kap.	Kapitel
MC 90	Model-Code 90
Tab.	Tabelle

Querschnittswerte, Geometrie

A	Querschnittsfläche
A_c	Betonquerschnittsfläche
$A_{c,eff}$	effektive Betonzugfläche
A_{ct}	Betonzugfläche
A_s	Betonstahlquerschnittsfläche
I	Flächenträgheitsmoment
W	Widerstandsmoment
b	Querschnittsbreite
c	Betondeckung (Ort 2) zum entsprechenden Betonquerschnittsrand
h	Querschnittshöhe
l	Stablänge
s_{rm}	mittlere Rißabstand
x	Koordinate
y	Koordinate
z	Koordinate
r	natürliche Koordinate
s	natürliche Koordinate
t	natürliche Koordinate die Bauteilachse
κ	Krümmung
λ	Schlankheit
ρ	geometrischer Bewehrungsgrad
ρ_z	Bewehrungsgrad bezogen auf die Zugzone des Betonquerschnittes
ω	mechanischer Bewehrungsgrad $\omega = f_{yd} \cdot A_s(f_{cd} \cdot A_c)$

Zeichen für Kräfte, Momente, Spannungen und Dehnungen

F_c	auf den Beton wirkende Kraft
F_s	auf den Stahl wirkende Kraft
M	Biegemoment
N	Längskraft
Q	Querkraft
\mathbf{B}	Verzerrungsmatrix

\mathbf{D}	Elastizitätsmatrix
\mathbf{F}	Vektor der globalen Systemknotenkräfte
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix
\mathbf{N}	Vektor der Formfunktionen
\mathbf{R}	Vektor der Reaktionskräfte
\mathbf{u}	Verschiebungsfeld
ε	Verzerrung
κ	Querschnittskrümmung
ϵ	Dehnung
σ	Spannung

Materialkenngrößen

d_s	Stabdurchmesser
E	Elastizitätsmodul
E_c	Elastizitätsmodul (Sekantenmodul) für Beton
E_s	Elastizitätsmodul für Betonstahl
E_{cm}	mittlerer Elastizitätsmodul des Betons
E_0	Ursprungselastizitätsmodul
f_c	Betondruckfestigkeit
α_t	Wärmedehnzahl
f_{ck}	charakteristische Betondruckfestigkeit
f_{cm}	mittlere Betondruckfestigkeit
f_{ct}	Betonzugfestigkeit
$f_{ct,ax}$	zentrische Betonzugfestigkeit
f_{ctm}	mittlere Betonzugfestigkeit
f_t	Zugfestigkeit des Betonstahls
f_y	Streckgrenze des Betonstahls
f_{yk}	charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls
f_{ym}	Mittelwert der Streckgrenze des Betonstahls
ϵ_{cu}	Betondruckspannung
ϵ_{ct}	Druckbruchdehnung des Betons
ϵ_{ctu}	elastische Zugdehnung des Betons
ϵ_u	Zugbruchdehnung des Betons
ϵ_y	Dehnung des Betonstahls bei Höchstlast (Gleichmaßdehnung) Betonstahls
ϵ_y	Dehnung des Betonstahls an der Streckgrenze f_y

Fußindizes

agg	Zuschlag
c	Beton
cem	Zement
w	Wasser
nom	nominell
max	maximal
m	Mittelwert
r	Riß
s	Betonstahl
t	tension (Zug)
L	Luft

O	Oberfläche
n	Normalenrichtung
1	Bewehrungslage am unteren Querschnittsrand
2	Bewehrungslage am oberen Querschnittsrand

Allgemeine Größen

s	Dicke
A	Fläche
V	Volumen
m	Masse
ρ	Dichte
t	Zeit

Wärmetechnische Größen

ϑ, T	Temperatur
$\Delta\vartheta, \Delta T$	Temperaturdifferenz
Q	Wärmemenge
Φ, \dot{Q}	Wärmestrom
q	Wärmestromdichte
λ	Wärmeleitfähigkeit
α	Wärmeübergangskoeffizient
α_{FK}	Wärmeübergangskoeffizient für freie Konvektion
α_{FK}	Wärmeübergangskoeffizient für erzwungene Konvektion
α_{FK}	Gesamtwärmeübergangskoeffizient
c	spezifische Wärmekapazität
w	Windgeschwindigkeit
ϵ_L	Emissionskoeffizient langwellige Strahlung
ϵ_K	Emissionskoeffizient kurzwellige Strahlung

Strahlungstechnische Größen

E_0	Solarkonstante
E	Strahlungsintensität
I	Intensität der direkten Sonnenstrahlung
R	Intensität der Reflexionsstrahlung
H	Intensität der diffusen Sonnenstrahlung
G	Globalstrahlungsintensität
L	Strahldichte
σ	Stefan–Boltzmannkonstante
a_s	Azimutwinkel der Sonne
h_s	Sonnenhöhe
ϵ	Emissionsgrad
d	fortlaufende Nummer des Tages im Jahr
δ	Sonnendeklination
φ	geographische Breite